

KURIKULUM NASTAVNOG PREDMETA MATEMATIKA ZA SREDNJE STRUKOVNE ŠKOLE NA RAZINI 4.2.

Svrha i opis predmeta

Brzi razvoj suvremenoga društva, kojemu je uvelike pridonijela i primjena matematike u svim njegovim područjima, ukazuje na važnost učenja matematike. Matematika je jedan od čimbenika tehnološkoga napretka društva, a time i važan element poboljšanja kvalitete življenja.

Matematika ima vrijednost i intelektualnu ljepotu, bogata je i poticajna. Zaokuplja i privlači ljude svih dobnih skupina, raznolikih interesa i sposobnosti. Igrala je i igra važnu ulogu u napretku društva u prošlosti, sadašnjosti i budućnosti. Važna je za svakodnevni život te je nužna za razumijevanje svijeta koji nas okružuje i za upravljanje vlastitim životom. Učenje i poučavanje matematike omogućuje razvoj matematičkih znanja i vještina kojima će se učenici koristiti u osobnome, društvenome i profesionalnome životu.

Matematička pismenost prepoznata je kao jedan od važnih preduvjeta za razvoj životnih vještina pojedinca, primjenu matematičkih strategija, cjeloživotno učenje, otvorenost za uporabu novih tehnologija te ostvarivanje vlastitih potencijala. Učenje i poučavanje predmeta Matematika potiče kreativnost, preciznost, sustavnost, apstraktno mišljenje i kritičko promišljanje koje pomaže pri uočavanju i rješavanju problema iz svakodnevice i društvenoga okružja.

Učenje i poučavanje nastavnoga predmeta Matematika ostvaruje se povezivanjem matematičkih procesa i domena. Ta dvodimenzionalnost očituje se u ishodima i doprinosi stjecanju matematičkih kompetencija. Matematički su procesi: prikazivanje i komunikacija, povezivanje, logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje, rješavanje problema i matematičko modeliranje te primjena tehnologije. Domene predmeta Matematika jesu: Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje te Podatci, statistika i vjerojatnost.

Svijest pojedinca o posjedovanju kompetencija za rješavanje, i osobnih i problemskih situacija u zajednici, daje mu mogućnost za djelovanje, potiče ga da bude koristan i odgovoran za napredak osobnoga, radnoga i socijalnoga okružja. Kako bi se u učenika postiglo razumijevanje matematičkih pojmova, procesa i koncepata, razvila kreativnost i sposobnost apstrahiranja, potrebno je poučavati od konkretnih, njima bliskih situacija k apstraktnomu modeliranju i opisivanju. Uostalom, i začetci matematike i matematičkoga načina razmišljanja proizašli su iz proučavanja pojava u prirodi, ljudskoga djelovanja u arhitekturi, umjetnosti, tehnologiji te potrebe da se to objasni. Poučavanje matematike tijekom školovanja je strukturirano, pa se velika pozornost posvećuje postupnosti u prihvatanju i usvajanju matematičkih znanja te uspostavljanju veza među njima. Takav pristup učenju i poučavanju matematike omogućuje svakomu učeniku pronalaženje osobnoga puta prema razvoju i primjeni matematičkoga razmišljanja. Učeći matematiku, učenici postaju svjesni vrijednosti vlastitih matematičkih kompetencija te su motivirani da ih i dalje aktivno razvijaju, izgrađuju i primjenjuju, kako u matematici, tako i u ostalim područjima učenja i života.

Matematičke se kompetencije neprestano razvijaju putem uravnoteženog preplitanja matematičkih procesa i domena predmeta Matematika, ali i putem drugih područja odgoja i obrazovanja te tijekom svih faza školovanja. Time je matematici osigurana stalna prisutnost i važna uloga u odgoju i obrazovanju učenika, stjecanju znanja i razvoju vještina i stavova. Na učiteljima je, ali i na uenicima, velika odgovornost za ostvarivanje načela kurikuluma, koji teži razvoju vrijednosti i temeljnih kompetencija učenika.

Dobro i pravodobno usvojeni matematički koncepti potiču razumijevanje i snalaženje u različitim područjima kurikuluma. Isto tako, mnogi koncepti usvojeni u drugim područjima i drukčijim pristupom obogaćuju učenje i poučavanje u predmetu Matematika. Takvim načinom, stalnim korelacijama i integracijom unutar kurikuluma tijekom cijeloga školovanja učenici matematiku prihvaćaju kao dio okružja, a matematičke kompetencije primjenjuju u različitim aspektima učenja i života.

B. ODGOJNO-OBRAZOVNI CILJEVI UČENJA I POUČAVANJA PREDMETA

Učenici će temeljem usvojenih matematičkih znanja, vještina i procesa:

primijeniti matematički jezik u usmenome i pisanome izražavanju, strukturiranju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkome kontekstu i stvarnome životu

samostalno i u suradničkom okruženju matematički rasuđivati logičkim, kreativnim i kritičkim promišljanjem i povezivanjem, argumentiranim raspravama, zaključivanjem, provjeravanjem pretpostavki i postupaka te dokazivanjem tvrdnji

rješavati problemske situacije odabirom relevantnih podataka, analizom mogućih strategija i provođenjem optimalne strategije te preispitivanjem procesa i rezultata, po potrebi uz učinkovitu uporabu odgovarajućih alata i tehnologije

razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima, upornost, poduzetnost, odgovornost, uvažavanje i pozitivan odnos prema matematici i radu općenito

prepoznati povijesnu, kulturnu i estetsku vrijednost matematike njezinom primjenom u različitim disciplinama i djelatnostima kao i neizostavnu ulogu matematike u razvoju i dobrobiti društva.

C. STRUKTURA – MATEMATIČKI PROCESI I DOMENE KURIKULUMA NASTAVNOGA PREDMETA MATEMATIKA

Matematički procesi kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika

Matematički su procesi važni na svim razinama obrazovanja te prožimaju sve domene kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika.

Organizirani su u pet skupina:

prikazivanje i komunikacija

povezivanje

logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje

rješavanje problema i matematičko modeliranje

primjena tehnologije.

Prikazivanje i komunikacija

Učenici smisleno prikazuju matematičke objekte, obrazlažu rezultate, objašnjavaju svoje ideje i bilježe postupke koje provode. Pritom se koriste različitim prikazima: riječima, crtežima, maketama, dijagramima, grafovima, listama, tablicama, brojevima, simbolima i slično. U danoj situaciji odabiru prikladan prikaz, povezuju različite prikaze i prelaze iz jednoga na drugi. Prikupljaju i tumače informacije iz raznovrsnih izvora.

Razvijanjem sposobnosti komuniciranja u matematici i o matematici učenici se koriste jasnim matematičkim jezikom, razumiju njegov odnos prema govornome jeziku, slušaju i razumiju matematičke opise i objašnjenja drugih te razmjenjuju i sučeljavaju svoje ideje, mišljenja i stavove. Uspješna komunikacija doprinosi lakšem i bržem usvajanju novih sadržaja i kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika, ali i kurikuluma ostalih nastavnih predmeta.

Povezivanje

Učenici uspostavljaju i razumiju veze i odnose među matematičkim objektima, idejama, pojmovima, prikazima i postupcima te oblikuju cjeline njihovim nadovezivanjem. Uspoređuju, grupiraju i klasificiraju objekte i pojave prema zadanim ili izabranim kriterijima. Povezuju matematiku s vlastitim iskustvom, prepoznaju je u primjerima iz okoline i primjenjuju u drugim područjima kurikuluma. Time ostvaruju jasnoću, pozitivan stav i otvorenost prema matematici te povezuju matematiku sa sadržajima ostalih predmeta i životom tijekom procesa cjeloživotnoga učenja.

Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje

Učenje matematike karakterizira razvoj i njegovanje logičkoga i apstraktnoga mišljenja. Poučavanjem i učenjem nastavnoga predmeta Matematika učenici se suočavaju s izazovnim problemima koji ih potiču na promišljanje, argumentiranje i dokazivanje te donošenje samostalnih zaključaka. Učenici postavljaju matematička svojstvena pitanja te stvaraju i istražuju na njima zasnovane matematičke pretpostavke, uočene pravilnosti i odnose. Stvaraju i vrednuju lance matematičkih argumenata, zaključuju indukcijom i dedukcijom, analiziraju te primjenjuju analogiju, generalizaciju i specijalizaciju. Primjenjuju poznato u nepoznatim situacijama i prenose učenje iz jednoga konteksta u drugi. Razvijaju kritičko mišljenje te prepoznaju utjecaj ljudskih čimbenika i vlastitih uvjerenja na zaključivanje. Proces mišljenja razvijen nastvom matematike učinkovito primjenjuju u svome svakodnevnom životu.

Rješavanje problema i matematičko modeliranje

Učenici analiziraju problemsku situaciju, prepoznaju elemente koji se mogu matematički prikazati i planiraju pristup za njezino rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih pojmova i postupaka. Odabiru, osmišljavaju i primjenjuju razne strategije, rješavaju problem, promišljaju i vrednuju rješenje te ga prikazuju na prikladan način. Razvojem ovoga procesa, osim primjene matematičkih znanja, učenici razvijaju upornost, hrabrost i otvorenost u suočavanju s novim i nepoznatim situacijama.

Primjena tehnologije

Korištenje alatima i tehnologijom pomaže učenicima u matematičkim aktivnostima u kojima su u središtu zanimanja matematičke ideje, pri provjeravanju pretpostavki, pri obradi i razmjeni podataka i informacija te za rješavanje problema i modeliranje. Učenici uočavaju i razumiju prednosti i nedostatke tehnologije. Na taj se način prirodno otvaraju mogućnosti za nove ideje, za dublja i drukčija matematička promišljanja, kao i za nove oblike učenja i poučavanja.

Domene kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika

Početak i razvoj matematike temelji se na velikim matematičkim idejama kao što su broj, oblik, struktura i promjena. Oko tih ideja grade se matematički koncepti i razvijaju grane matematike. Usvajanje tih koncepata važno je za razumijevanje informacija, procesa i pojava u svijetu koji nas okružuje. Srodni koncepti grupirani su u domene Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje i Podatci, statistika i vjerojatnost, koje proizlaze iz domena matematičkoga područja kurikuluma.

Domene se postupno razvijaju i nadograđuju cijelom vertikalom učenja i poučavanja matematike, a udio pojedine domene u godinama učenja prilagođen je razvojnim mogućnostima učenika i potrebi sustavne izgradnje cjelovitoga matematičkoga obrazovanja. Domene koje obuhvaćaju pojmove poput broja i oblika istaknutije su u ranijim godinama učenja, dok su u kasnijim godinama učenja zastupljenije domene složenijih matematičkih koncepata, poput funkcija ili vjerojatnosti. Na razini pojedine godine učenja i poučavanja za svaku su domenu iskazani odgojno-obrazovni ishodi, jasni i nedvosmisleni iskazi očekivanja od učenika.

Premda domene povezuju srodne koncepte, njihova se nedjeljivost stalno primjećuje jer je usvojenost koncepata jedne domene često pretpostavka usvajanju koncepata u drugim domenama. Tom povezanošću matematika se spoznaje kao logična i zaokružena cjelina. Cjelovitim pristupom usvajanju koncepata svih domena stječu se matematička znanja i vještine i razvijaju matematičke kompetencije koje podrazumijevaju prikazivanje i komuniciranje matematičkim jezikom, logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje, matematičko modeliranje i rješavanje problema te uporabu tehnologije.

Važno je naglasiti da se odabirom primjerenih strategija poučavanja te kreativnim načinima izvedbe nastavnoga procesa može uvelike utjecati na razinu usvojenosti znanja i stjecanje vještina i stavova. U svim domenama matematika se povezuje sa stvarnim situacijama, a njezina svakodnevna primjena čini je važnom i nezamjenjivom za razvoj društva u cjelini.

Brojevi

U domeni Brojevi učenici postupno usvajaju apstraktne pojmove kao što su broj, brojevni sustav i skup te razvijaju vještinu izvođenja aritmetičkih postupaka.

Brojiti i računati započinje se u skupu prirodnih brojeva s nulom. Postupno se upoznaju skupovi cijelih, racionalnih, iracionalnih, realnih i kompleksnih brojeva. Razvija se predodžba o brojevima, povezuju njihove različite interpretacije te se uporabom osnovnih svojstava i međusobnih veza računskih operacija usvaja vještina učinkovitoga i sigurnoga računanja.

Tijekom cijelog obrazovanja, odabirom prikladnoga načina računanja, procjenjujući i preispitujući smislenost rezultata, rješavaju se matematički problemi i problemi iz svakodnevnoga života, uz mogućnost uporabe različitih metoda i tehnologije u svrhu efikasnosti i točnosti.

Koncepti iz domene Brojevi osnova su svim ostalim matematičkim konceptima i na njima se gradi daljnje učenje matematike, a učenici će te koncepte u budućnosti svakodnevno upotrebljavati u osobnome, radnome i društvenome okružju.

Algebra i funkcije

Algebra je jezik za opisivanje pravilnosti u kojemu slova i simboli predstavljaju brojeve, količine i operacije, a varijable se upotrebljavaju pri rješavanju matematičkih problema.

U domeni Algebra i funkcije učenici se služe različitim vrstama prikaza; grade algebarske izraze, tablice i grafove radi generaliziranja, tumačenja i rješavanja problemskih situacija. Uočavaju nepoznanice i rješavaju jednadžbe i nejednadžbe računski provođenjem odgovarajućih algebarskih procedura, grafički i služeći se tehnologijom kako bi otkrili njihove vrijednosti i protumačili ih u danome kontekstu. Određenim algebarskim procedurama koriste se i za primjenu formula i provjeravanje pretpostavki.

Prepoznavanjem pravilnosti i opisivanjem ovisnosti dviju veličina jezikom algebre učenici definiraju funkcije koje proučavaju, tumače, uspoređuju, grafički prikazuju i upoznaju njihova svojstva. Modeliraju situacije opisujući ih algebarski, analiziraju i rješavaju matematičke probleme i probleme iz stvarnoga života koji uključuju pravilnosti ili funkcijske ovisnosti.

Oblik i prostor

Prostorni zor intuitivni je osjećaj za oblike i odnose među njima, a zajedno s geometrijskim rasuđivanjem razvija sposobnost misaone predodžbe objekta i prostornih odnosa.

Domena Oblik i prostor dio je geometrije koji se bavi proučavanjem oblika, njihovih položaja i odnosa.

Rastavljanjem i sastavljanjem oblika uspoređuju se njihova svojstva i uspostavljaju veze među njima. Iz uočenih svojstava i odnosa izvode se pretpostavke i tvrdnje koje se dokazuju crtežima i algebarskim izrazima.

Koristeći se geometrijskim priborom i tehnologijom, učenici će izvoditi geometrijske transformacije, istraživati i primjenjivati njihova svojstva te razviti koncepte sukladnosti i sličnosti.

Interakcijom s ostalim domenama i matematičkim argumentiranjem prostornih veza, rabeći prostorni zor i modeliranje, učenici pronalaze primjenu matematičkih rješenja u različitim situacijama. Prepoznaju ravninske i prostorne oblike i njihova svojstva u svakodnevnome okružju te ih upotrebljavaju za opis i analizu svijeta oko sebe.

Mjerenje

Mjerenje je uspoređivanje neke veličine s istovrsnom veličinom koja je dogovorena jedinica mjere.

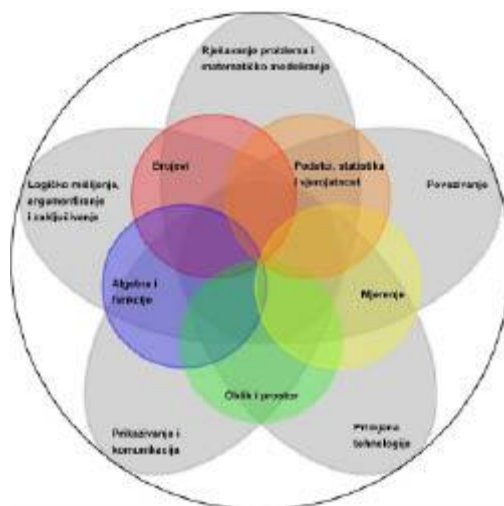
U domeni Mjerenje usvajaju se standardne mjerne jedinice za novac, duljinu, površinu, volumen, masu, vrijeme, temperaturu, kut i brzinu te ih se mjeri odgovarajućim mjernim uređajima i kalendarom. Procjenjivanjem, mjerenjem, preračunavanjem i izračunavanjem veličina određuju se mjeriva obilježja oblika i pojava uz razložnu i učinkovitu upotrebu alata i tehnologije. Rezultati se interpretiraju i izražavaju u jedinici mjere koja odgovara situaciji.

Učenici će mjerenjem povezati matematiku s drugim odgojno-obrazovnim područjima, s vlastitim iskustvom, svakodnevnim životom u kući i zajednici te na radnome mjestu, prepoznati mjeriva obilježja ravninskih i prostornih oblika u umjetnosti te ih upotrebljavati za opis i analizu svijeta oko sebe.

Podatci, statistika i vjerojatnost

Domena Podatci, statistika i vjerojatnost bavi se prikupljanjem, razvrstavanjem, obradom, analizom i prikazivanjem podataka u odgovarajućemu obliku. Podatke dane grafičkim ili nekim drugim prikazom treba znati očitati te ih ispravno protumačiti i upotrijebiti. Sve se to postiže koristeći se jezikom statistike. Ona podrazumijeva uporabu matematičkoga aparata kojim se računaju mjere srednje vrijednosti, mjere raspršenja, mjere položaja i korelacije podataka.

Nakon prepoznavanja veza među podacima i promatrajući frekvencije pojavljivanja, dolazi se do pojma vjerojatnosti. Određuje se broj povoljnih i svih mogućih ishoda, procjenjuje se i izračunava vjerojatnost što nam omogućuje predviđanje događaja.



Slika 1. Matematički procesi i domene kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika

D. ODGOJNO-OBRAZOVNI ISHODI, SADRŽAJI I RAZINE USVOJENOSTI PO RAZREDIMA I ORGANIZACIJSKIM PODRUČJIMA

Odgojno-obrazovni ishodi kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika opisani su sljedećim elementima:

odgojno-obrazovni ishod

razrada ishoda

odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda

sadržaji

preporuke za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda.

Razina usvojenosti »dobar« odgojno-obrazovnog ishoda služi:

unapređenju procesa učenja, poučavanja i vrednovanja ponajprije učiteljima i nastavnicima u planiranju metoda učenja kojima će se potaknuti viši kognitivni procesi u učenika i dublje učenje

pomaže pri planiranju i provedbi vrednovanja, jer omogućuju jasnoću i dosljednost u interpretaciji dokaza o razvoju znanja, vještina, sposobnosti i stavova/vrijednosti učenika te su osnova za određivanje kriterija vrednovanja

učenicima i roditeljima daju jasan iskaz očekivanja, ali i mogućnost samoprocjene napretka u predmetu Matematika u različitim trenucima učenikova odgojno-obrazovnog puta.

Sve razine usvojenosti odgojno-obrazovnog ishoda objedinjene su u metodičkom priručniku nastavnoga predmeta Matematika.

Svakome odgojno-obrazovnom ishodu dodjeljuje se kratka oznaka, npr. MAT SŠ D.1.2.

MAT označava predmet Matematika.

SŠ označava da se ishod ostvaruje u četverogodišnjoj strukovnoj školi.

Slovo D označava odgovarajuću domenu predmeta Matematika:

- A – Brojevi
- B – Algebra i funkcije
- C – Oblik i prostor
- D – Mjerenje
- E – Podatci, statistika i vjerojatnost.

Prva brojka (npr. 1) označava u kojem se razredu ishod ostvaruje.

Druga brojka (npr. 2) označava koji je to ishod po redu u navedenoj domeni.

Odgojno-obrazovni ishodi razrađeni su prema godišnjemu broju sati u pojedinom razredu. U svakom razredu odabiru se odgojno-obrazovni ishodi za odgovarajući godišnji broj sati. Iznimka su struke koje u 1., 2. i 3. razredu imaju 105 sati godišnje, a u 4. razredu 70 sati godišnje. Za taj slučaj postoje posebni ishodi.

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 1. razred – 70 sati godišnje



Slika 2. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u devetoj godini učenja, 70 sati godišnje

Matematika – na kraju 1. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.1.1. MAT SŠ E.1.1. Primjenjuje računanje u skupu realnih brojeva.	Uspoređuje realne brojeve rabeći različite strategije uz obrazloženje. Računa vrijednosti brojevnikih izraza poštujući redoslijed računskih operacija. Primjenjuje računanje pri rješavanju matematičkih problema i problema iz svakodnevnoga života. Procjenjuje, smisleno zaokružuje i računa u problemskim situacijama različitih razina složenosti. Računa aritmetičku sredinu statističkih podataka prikazanih na različite načine.	Uspoređuje realne brojeve različitih zapisa. Računa vrijednost jednostavnih izraza i primjenjuje računanje pri rješavanju jednostavnih problema.
Sadržaj: Skup realnih brojeva. Računske operacije u skupu realnih brojeva. Aritmetička sredina.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer problema iz života: Plaća neke osobe iznosi 3240 kuna. Za troškove stanovanja ta osoba daje dvije petine plaće, a za prehranu daje jednu trećinu plaće. Koliko kuna daje za troškove stanovanja, a koliko za prehranu? Koliko joj kuna ostane?		
MAT SŠ A.1.2. MAT SŠ B.1.1. Računa s potencijama racionalne baze i cjelobrojnog eksponenta, računa drugi korijen.	Prepoznaje zapis potencije kao umnožak jednakih faktora. Opisuje dijelove potencije (baza i eksponent) i njihova značenja. Računa vrijednost potencije, po potrebi uz uporabu džepnoga računala. Navodi i objašnjava pravila za zbrajanje, množenje, dijeljenje i potenciranje potencija. Procjenjuje i računa vrijednost drugoga korijena rabeći džepno računalo. Uspoređuje brojeve u znanstvenome zapisu i primjenjuje ga u jednostavnim problemima.	Računa vrijednost potencije i vrijednost jednostavnih brojevnikih izraza s potencijama. Pretvara standardni zapis broja u znanstveni i obrnuto.
Sadržaj: Potencije. Računske operacije s potencijama. Znanstveni zapis broja. Drugi korijen.		

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ne treba inzistirati na složenim zadacima, već na razumijevanju pojma potencije. Primjena znanstvenoga zapisa broja može se povezati s mjernim jedinicama.		
MAT SŠ B.1.2. Računa s algebarskim izrazima	Računa vrijednost algebarskoga izraza za zadane varijable. Računa s jednostavnim algebarskim izrazima. Faktorizira jednostavne izraze primjenom zakona distribucije. Primjenjuje formule za kvadrat zbroja i razlike i za razliku kvadrata. Prošireni sadržaj: Računa s algebarskim razlomcima.	Računa vrijednost algebarskoga izraza za zadane varijable. Zbraja, oduzima i množi jednostavne algebarske izraze.
Sadržaj: Algebarski izrazi. Formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata. Rastav na faktore Prošireni sadržaj: Algebarski razlomci		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Pri računanju s algebarskim izrazima ne treba inzistirati na složenim zadacima.		
MAT SŠ B.1.3. Primjenjuje proporcionalnost, linearne jednadžbe, nejednadžbe i sustave.	Primjenjuje proporcionalnost u primjerima iz života. Rješava linearne jednadžbe, linearne nejednadžbe i sustave linearnih jednadžbi te ih primjenjuje pri rješavanju jednostavnih problema. Izražava jednu veličinu pomoću drugih primjenjujući svojstva jednakosti. Prošireni sadržaj: Grafički rješava sustav linearnih jednadžbi.	Rješava jednostavnu linearnu jednadžbu i sustave linearnih jednadžbi uz provjeru rješenja. Rješava linearnu nejednadžbu i rješenje prikazuje na brojevnome pravcu.
Sadržaj: Linearne jednadžbe. Proporcionalne veličine. Problemi 1. stupnja. Linearne nejednadžbe. Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Pri rješavanju jednadžbi, nejednadžbi i sustava ne treba inzistirati na složenim zadacima, već na razumijevanju postupka i primjeni na problemima.		
MAT SŠ B.1.4. Primjenjuje linearnu funkciju pri rješavanju problema.	Zadanu linearnu funkciju prikazuje tablično i grafički. Opisuje utjecaj koeficijenata na položaj grafa, određuje nultočku, iz grafa čita argumente i vrijednosti. U problemskim situacijama prepoznaje linearnu ovisnost, računa vrijednosti i argumente i prikazuje ih grafički. Analizira problem zadan linearnom funkcijom ili grafičkim prikazom linearne funkcije.	Za linearnu funkciju računa vrijednosti funkcije, crta graf, određuje nultočku i interpretira koeficijente.
Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava funkcija, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja.		

Primjer primjene linearne funkcije u problemskoj situaciji: Majstor za dolazak u kuću naplaćuje 70 kn, a za svaki sat rada još 120 kn.

a) Koliko treba platiti dolazak u kuću i rad majstora ako je radio: pola sata, 1 sat, 1 sat i 20 minuta, 2 sata?

b) Grafički prikaži cijenu posjeta majstora ovisno o utrošenome vremenu.

c) Koliko je sati radio majstor koji je naplatio 270 kn?

MAT SŠ C.1.1. MAT SŠ D.1.1. Primjenjuje sličnost trokuta.	Izriče i ilustrira poučke o sličnosti trokuta, primjenjuje ih u modeliranju problema. Određuje, obrazlaže i primjenjuje odnose površina, opsega i drugih veličina u sličnim trokutima. Putem primjera zadataka upoznaje povijest matematike. Prošireni sadržaj: Primjenjuje Talesov poučak o proporcionalnim dužinama. Primjenjuje Heronovu formulu pri računanju površine trokuta. Crtice iz povijesti – Tales, Euler, Heron, Pitagora.	Rješava jednostavne probleme rabeći sličnost trokuta.
--	---	--

Sadržaj: Sličnost trokuta. Primjene sukladnosti i sličnosti.

Prošireni sadržaj: Talesov poučak o proporcionalnosti dužina. Heronova formula.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja.

Primjer zadatka koji uključuje povijest matematike: Objasni kako je Tales pomoću sjene izračunao visinu piramide. Izračunaj na taj način visinu neke građevine ili stabla u svojoj okolini.

MAT SŠ C.1.2. MAT SŠ D.1.2. Primjenjuje trigonometrijske omjere.	Definira trigonometrijske omjere u pravokutnome trokutu. Učinkovito se koristi džepnim računalom. Primjenjuje trigonometrijske omjere pri modeliranju jednostavnih problemskih situacija i za rješavanje problema u planimetriji (trokuti i četverokuti).	Primjenjuje trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih veličina u pravokutnome trokutu.
---	--	---

Sadržaj: Trigonometrijski omjeri. Primjena trigonometrijskih omjera u planimetriji.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja. Primijeniti znanja u autentičnim situacijama i na terenskoj nastavi.

Primijeniti znanja u autentičnim situacijama i na terenskoj nastavi ako je moguće. Jednostavni problemi uključuju probleme koji se izravno svode na pravokutni trokut i probleme s likovima koji se rješavaju, uočavanjem pravokutnoga trokuta.

MAT SŠ D.1.3. Preračunava mjerne jedinice i odabire pogodnu.	Preračunava osnovne mjerne jedinice za duljinu, vrijeme, površinu i kut primjenjujući ih pri rješavanju problema. Objašnjava značenje predmetaka mjernih jedinica (od mikro do giga).	Preračunava mjerne jedinice pri rješavanju jednostavnih problema.
---	--	--

Sadržaj: Mjerne jedinice za duljinu, vrijeme, površinu i kut.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ovaj ishod može se ostvariti primjenom u drugim ishodima, u primjerima u kojima se pojavljuju razne mjerne jedinice.		
MAT SŠ C.1.3. MAT SŠ D.1.4. Računa i primjenjuje opseg i površinu geometrijskih likova.	Opisuje i računa opseg i površinu geometrijskoga lika ili geometrijskih oblika sastavljenih od osnovnih geometrijskih likova. Računa ostale elemente likova (duljine stranica, dijagonala, polumjera i slično). Prepoznaje i računa opseg i površinu dijelova kruga. Primjenjuje računanje opsega i površine u situacijama iz stvarnoga života. Prošireni sadržaj: Računa površinu likova zadanih koordinatama točaka u koordinatnome sustavu.	Opisuje i računa opseg i površinu trokuta, kvadrata, pravokutnika i kruga, služeći se džepnim računalom prema potrebi. Prepoznaje i računa opseg i površinu u jednostavnim problemima iz svakodnevnoga života.
Sadržaj: Geometrijski likovi. Opseg i površina trokuta, četverokuta, kruga i dijelova kruga. Prošireni sadržaj: Površina likova zadanih koordinatama točaka.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja. Primijeniti znanja u autentičnim situacijama i na terenskoj nastavi ako je moguće. U jednostavnim situacijama opseg i površina pronalaze se izravnim uvrštavanjem u formulu.		

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 2. razred – 70 sati godišnje



Slika 3. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u desetoj godini učenja, 70 sati godišnje

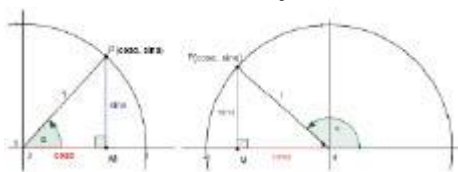
Matematika – na kraju 2. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.2.1. MAT SŠ B.2.1. Primjenjuje postotni račun.	Prepoznaje elemente postotnoga računa, postotak, postotni iznos i cjelinu u problemskoj situaciji. Računa nepoznati podatak.	Računa postotak, postotni iznos i osnovnu vrijednost u jednostavnim situacijama.

	Prepoznaje i računa osnovnu vrijednost kada je zadana vrijednost promijenjena za postotak. Primjenjuje postotni račun za obračun PDV-a, carine, promjene i izračuna cijena, opise udjela i druge probleme iz života. Prošireni sadržaj: Razlikuje i objašnjava bruto i neto plaću i primjenjuje postotni račun za izračun neto plaće.	Osnovnu vrijednost uvećava/umanjuje za postotni iznos.
Sadržaj: Postotni račun. Prošireni sadržaj: Bruto i neto plaća		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se proračunskim tablicama za usporedbu različitih parametara. Primjer obračuna cijene: Cijena po kojoj je trgovina nabavila robu je nabavna ili fakturna cijena. Tu cijenu trgovina uvećava za troškove. Na taj iznos dodaje još razliku u cijeni, koja predstavlja prihod trgovine. Tako dobivena cijena naziva se prodajna cijena. Prodajna cijena uvećava se za porez na dodanu vrijednost (PDV). Cijena uvećana za porez naziva se maloprodajna cijena. To je cijena koju plaća kupac u trgovini.		
MAT SŠ B.2.2. Rješava kvadratnu jednadžbu.	Bira metodu i rješava kvadratne jednadžbe s racionalnim koeficijentima. Prepoznaje postojanje rješenja kvadratne jednadžbe kada kvadratna jednadžba nema rješenje u skupu $\mathbb{R}$. Primjenjuje diskriminantu pri određivanju postojanja rješenja kvadratne jednadžbe. Prošireni sadržaj: Primjenjuje imaginarnu jedinicu pri zapisu rješenja kvadratne jednadžbe. Faktorizira trinom.	Kvadratne jednadžbe oblika $ax^2 + c = 0$ rješava bez primjene formule. Rješava kvadratnu jednadžbu primjenom formule.
Sadržaj: Kvadratna jednadžba. Diskriminanta kvadratne jednadžbe. Prošireni sadržaj: Imaginarna jedinica. Faktorizacija trinoma.		
MAT SŠ B.2.3. Grafički prikazuje i primjenjuje kvadratnu funkciju.	Grafički prikazuje kvadratnu funkciju. Iz grafa procjenjuje i određuje tjeme i nultočke kvadratne funkcije te ih primjenjuje pri grafičkome prikazu. Kvadratnom funkcijom modelira jednostavnu problemsku situaciju. Prošireni sadržaj: Rješava jednostavnu kvadratnu nejednadžbu.	Grafički prikazuje funkciju $f(x) = ax^2 + c$ uz objašnjenje.
Sadržaj: Kvadratna funkcija. Graf kvadratne funkcije. Prošireni sadržaj: Kvadratna nejednadžba		
MAT SŠ C.2.1. MAT SŠ D.2.1. Primjenjuje poučak o sinusima i poučak o kosinusu.	Računa nepoznate elemente trokuta primjenjujući poučak o sinusima i poučak o kosinusu. Primjenjuje poučke u problemskim zadacima.	Računa nepoznate elemente trokuta izravnom primjenom određenoga poučka
Sadržaj: Poučak o sinusima i poučak o kosinusu.		

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.

Vrijednosti sinusa i kosinusa za kutove od 90° do 180° uvode se na sljedeći način:



MAT SŠ C.2.2.

Crta geometrijska tijela i njihove mreže.

Crta geometrijska tijela (kocku, kvadar, trostranu i četverostranu prizmu i piramidu, valjak, stožac i kuglu) u kvadratnoj mreži.

Prepoznaje i crta mreže tijela i dijagonalni i osni presjek tijela ravninom.

Prošireni sadržaj:

Izrađuje modele tijela.

Opisuje Platonova tijela.

Prepoznaje, opisuje i prostoručno skicira geometrijska tijela.

Određuje broj vrhova, bridova i strana geometrijskoga tijela i povezuje geometrijsko tijelo s njegovom mrežom.

Sadržaj: Geometrijska tijela. Mreže geometrijskih tijela.

Prošireni sadržaj: Modeli tijela. Platonova tijela.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja. Primijeniti znanja u autentičnim situacijama i na terenskoj nastavi ako je moguće.

Koristiti modele tijela. Učenici sami ili u skupini mogu izrađivati modele geometrijskih tijela ili pronalaziti modele u okolini.

MAT SŠ C.2.3.

MAT SŠ D.2.2.

Računa i primjenjuje oplošje i volumen geometrijskih tijela.

Razlikuje i opisuje oplošje i volumen tijela.

Računa oplošje i volumen kocke, kvadra, prizme i valjka.

Računa volumen piramide i stošca.

Računa oplošje i volumen u problemskim situacijama.

Primjenjuje odgovarajuće mjerne jedinice.

Prošireni sadržaj:

Računa oplošje piramide i stošca.

Računa volumen i oplošje kugle.

Računa oplošje i volumen kocke, kvadra, prizme i valjka u jednostavnim problemima.

Sadržaj: Oplošje i volumen geometrijskih tijela. Kocka, kvadar, prizma, valjak, piramida i stožac.

Prošireni sadržaj: Oplošje piramide i stošca. Volumen i oplošje kugle.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja.

Koristiti modele tijela. Primijeniti znanja u autentičnim situacijama i na terenskoj nastavi ako je moguće.

MAT SŠ E.2.1.

Barata podacima prikazanim na različite načine.

Prepoznaje obilježja skupa objekata, prikuplja podatke o njima, organizira ih tablično, određuje frekvenciju i relativnu frekvenciju podataka. Određuje srednje vrijednosti prikupljenih podataka.

Interpretira podatke prikazane na različite načine.

Organizira prikupljene podatke i prikazuje ih linijskim i stupčastim dijagramom.

	Crta linijske i stupčaste dijagrame frekvencija i relativnih frekvencija te kružni dijagram relativnih frekvencija. Analizira rezultate i diskutira o njima.	
Sadržaj: Prikaz podataka. Mjere srednje vrijednosti.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za prikaz podataka.		

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 3. razred – 70 sati godišnje

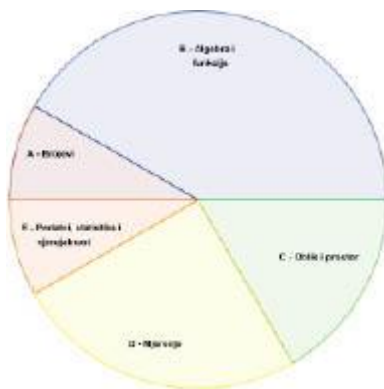


Slika 4. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u jedanaestoj godini učenja, 70 sati godišnje

Matematika – na kraju 3. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.3.1. MAT SŠ B.3.1. Računa s potencijama racionalnog eksponenta.	Računa vrijednost korijena i potencija racionalnoga eksponenta koristeći se džepnim računalom ili bez njega. Prelazi iz prikaza potencije racionalnoga eksponenta u prikaz korijenom i obrnuto. Navodi pravila za računanje s potencijama. Računa s potencijama racionalnoga eksponenta.	Računa vrijednost korijena.
Sadržaj: Korijeni. Potencije racionalnog eksponenta.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer izraza koji uključuje potencije racionalnoga eksponenta: Izračunaj vrijednost izraza: $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 16$.		
MAT SŠ B.3.2.	Određuje domen i crta graf eksponencijalne i logaritamske funkcije.	Za eksponencijalnu i logaritamsku funkciju skicira graf i određuje svojstva.

Primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	Prepoznaje eksponencijalnu i logaritamsku ovisnost u problemima i računa vrijednosti. Prošireni sadržaj: Primjenjuje kontinuirano ukamaćivanje i eksponencijalni rast Crtice iz povijesti – Briggsove i Napierove logaritamske tablice. Korelacija s Kemijom, Biologijom i strukovnim predmetima.	
Sadržaj: Eksponencijalna i logaritamska funkcija. Svojstva i graf eksponencijalne i logaritamske funkcije. Prošireni sadržaj: Kontinuirano ukamaćivanje i eksponencijalni rast.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Učenik otkriva osnovna svojstva funkcija iz njihovih grafova. Uočava »inverznu« vezu između eksponencijalne i logaritamske funkcije rabeći pravac $y = x$. Primjer problema opisanoga eksponencijalnom funkcijom: Funkcija $N(x) = 10000 \cdot 2^x$ pokazuje broj bakterija u uzorku x sati nakon uzimanja uzorka. a) Koliki će biti broj bakterija nakon 2 sata? b) Nakon koliko će sati broj bakterija biti 2 560 000?		
MAT SŠ B.3.3. Rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe.	Navodi i primjenjuje svojstva potencija i logaritama, prelazi iz logaritamskoga u eksponencijalni oblik. Rješava jednostavne eksponencijalne i logaritamske jednadžbe. Rješava jednadžbu proizašlu iz problemske situacije opisane eksponencijalnom ili logaritamskom ovisnošću.	Prelazi iz logaritamskoga u eksponencijalni oblik i obrnuto. Rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe izravnom primjenom definicije.
Sadržaj: Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer: Vrijednost iznosa uloženoga na štednju svakim se danom povećava po formuli: $C_d = C_0 \cdot 1.03^{\frac{d}{365}}$. Nakon koliko će se dana vrijednost iznosa udvostručiti?		
MAT SŠ B.3.4. MAT SŠ C.3.1. Primjenjuje svojstva i crta graf trigonometrijske funkcije.	Definira trigonometrijske funkcije broja na brojevnoj kružnici. Otkriva svojstva trigonometrijskih funkcija i koristi ih za računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristi se džepnim računalom. Prepoznaje i opisuje grafove osnovnih trigonometrijskih funkcija. Grafički prikazuje trigonometrijske funkcije: $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \operatorname{Asin}(bx)$, $f(x) = \operatorname{Acos}(bx)$. Prošireni sadržaj:	Definira trigonometrijske funkcije. Uočava svojstva trigonometrijskih funkcija. Skicira grafove osnovnih trigonometrijskih funkcija.

	Primjenjuje osnovne trigonometrijske identitete. Crtice iz povijesti – podrijetlo imena trigonometrijskih funkcija. Korelacija s Fizikom i strukovnim predmetima.	
Sadržaj: Brojeva kružnica. Definicija trigonometrijskih funkcija. Svojstva trigonometrijskih funkcija. Graf trigonometrijskih funkcija. Prošireni sadržaj: Osnovni trigonometrijski identiteti		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Važno je da učenici otkriju i usvoje vezu koordinata točaka na brojevnoj kružnici i trigonometrijskih funkcija ($\sin x$ i $\cos x$), odnosno koordinata točaka na osi tangensa s $tg x$, osi kotangensa s $ctg x$. Također je važno otkrivanje svojstava kao što su parnost/neparnost i periodičnost te njihova primjena pri računanju vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristiti se džepnim računalom. Upozoriti na mjere koje se koriste pri računanju (stupnjevi, radijani). Moguće je učenicima zadati manji seminarski rad u kojemu će crtati grafove trigonometrijskih funkcija (od početka se koristeći brojevnom kružnicom, prenoseći vrijednosti na graf) ili onih kojima se mijenjaju amplitude, periodi i pomaci. Koristeći se programom dinamične geometrije pri izradi toga seminarskog rada, mnogo jednostavnije uočavaju promjene. No za razvoj grafomotoričkih vještina dobro je zadati da učenici to rade i prostoručno. Svakako ih treba upozoriti na važnost odabira odgovarajućega mjerila pri crtanju grafova.		
MAT SŠ C.3.2. MAT SŠ D.3.1. Primjenjuje koordinatni sustav.	Imenuje elemente koordinatnoga sustava, crta točke zadane koordinatama i obrnuto. Računa duljinu dužine i koordinate polovišta dužine te ih primjenjuje u geometrijskim problemima.	Crta dužine i likove zadane koordinatama vrhova u koordinatnome sustavu. Računa duljinu dužine i koordinate polovišta dužine.
Sadržaj: Koordinatni sustav u ravnini. Duljina dužine. Polovište dužine.		
MAT SŠ C.3.3. MAT SŠ D.3.2. Računa s vektorima.	Prepoznaje, opisuje i rabi elemente vektora. Računa s vektorima (zbira, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravnini i u koordinatnome sustavu. Određuje duljinu vektora, računa skalarni umnožak vektora. Prošireni sadržaj: Računa mjeru kuta između vektora.	Opisuje vektor i odnose između dvaju vektora, crta vektore, određuje koordinate vektora zadanoga točkama u koordinatnome sustavu i računa duljinu vektora.
Sadržaj: Pojam vektora. Računske operacije s vektorima. Duljina vektora. Skalarni umnožak vektora. Prošireni sadržaj: Mjera kuta između vektora.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja.		



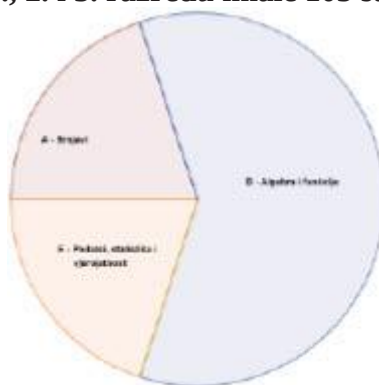
Slika 5. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u dvanaestoj godini učenja, 64 sata godišnje

Matematika – na kraju 4. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.4.1. MAT SŠ D.4.1. Primjenjuje kamatni račun.	Objašnjava veličine koje se javljaju u kamatnome računu. Računa jednostavne kamate za dane, mjesece i godine i primjenjuje ih u jednostavnim primjerima iz života. Opisuje razliku između jednostavnoga i složenoga ukamaćivanja. Računa konačnu i početnu vrijednost uloga i ukupne složene kamate. Primjenjuje kamatni račun u primjerima štednje ili dugovanja.	Opisuje razliku između jednostavnoga i složenoga ukamaćivanja. Računa jednostavne kamate za dane, mjesec i godine. Računa konačnu vrijednost uloga pri složenome ukamaćivanju.
Sadržaj: Kamatni račun. Jednostavno i složeno ukamaćivanje.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer primjene kamatnoga računa na primjerima iz života: Marko je u siječnju dobio račun za plin od 670 kuna. Trebao ga je platiti 20. siječnja. Zakasnio je s plaćanjem i platio tek 15. veljače. Kamatna stopa, ako zakasni s plaćanjem, iznosi 15%. a) Koliko je dana Marko zakasnio s plaćanjem? b) Koliku će kamatu platiti? c) Koliko će kuna ukupno platiti za plin?		
Primjer složenoga kamatnog računa: Neka osoba uloži u banku 10000 kuna. Banka primjenjuje kamatnu stopu od 3 % godišnje. Obračun je kamata složen i godišnji. Kolika će biti vrijednost toga uloga nakon a) 3 godine, b) 4 i pol godine, c) 3 godine i 8 mjeseci? Kolike su ukupne složene kamate?		
MAT SŠ B.4.1. Primjenjuje aritmetički i geometrijski niz.	Nabroja svojstva i opisuje razliku između aritmetičkoga i geometrijskoga niza, nastavlja zadani niz. Računa razliku aritmetičkoga niza, količnik geometrijskoga niza i traženi član niza. Računa zbroj prvih n članova i primjenjuje ga u problemima vezanim uz složeno ukamaćivanje.	Opisuje razliku između aritmetičkoga i geometrijskoga niza, nastavlja zadani niz uočenim pravilom. Računa razliku aritmetičkoga niza i količnik geometrijskoga niza, računa traženi član niza.
Sadržaj: Aritmetički i geometrijski niz. Opći član i zbroj prvih n članova niza. Složeni kamatni račun.		

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer primjene aritmetičkoga niza na dugovanje: Matej je uzeo kredit od 24000 kuna, uz kamatnu stopu od 9 %. Vraćać će ga u ratama od 1000 kuna krajem mjeseca i svakoga će mjeseca platiti pripadajući kamatu. Koliko će ukupno kamata platiti? Primjer primjene geometrijskoga niza na periodičke uplate štednje: Ana je tijekom 2 godine prvoga dana u mjesecu uplaćivala 1000 kuna na štednju. Kamate su obračunate po stopi od 3 % godišnje uz složeno godišnje ukapćivanje. Kojim će iznosom Ana raspolagati nakon isteka dvije godine?		
MAT SŠ B.4.2. MAT SŠ C.4.1. MAT SŠ D.4.2. Primjenjuje jednadžbu pravca.	Prepoznaje, opisuje i crta pravac u koordinatnome sustavu iz njegove jednadžbe i izvodi jednadžbu pravca iz grafičkoga prikaza ili zadanih parametara. Računa mjeru kuta pravca s pozitivnim dijelom apscise i povezuje s koeficijentom smjera. Crta i određuje pravce paralelne s koordinatnim osima. Određuje pravce paralelne/ okomite zadanomu. Prošireni sadržaj: Računa udaljenost točke od pravca i mjeru kuta između pravaca.	Grafički prikazuje pravac zapisan različitim oblicima jednadžbi pravca. Interpretira koeficijente u eksplćitnome obliku jednadžbe pravca.
Sadržaj: Jednadžba pravca. Nagib pravca. Paralelni i okomiti pravci. Prošireni sadržaj: Kut između pravaca. Udaljenost točke do pravca.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamićne geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja.		
MAT SŠ B.4.3. MAT SŠ C.4.2. MAT SŠ D.4.3. Primjenjuje jednadžbu kružnice.	Prepoznaje jednadžbu kružnice i iz nje pronalazi duljinu polumjera i koordinate središta kružnice i obrnuto. Iz grafičkoga prikaza pronalazi jednadžbu kružnice. Određuje grafićki ili računski jednadžbu kružnice u posebnome položaju (dodiruje jednu ili obje koordinatne osi) ili koncentrićne kružnice. Prošireni sadržaj: Opisuje odnose i određuje presjek pravca i središnje kružnice. Određuje jednadžbu tangente u toćki središnje kružnice.	Iz jednadžbe kružnice i grafičkoga prikaza određuje elemente kružnice. Iz zadanih uvjeta određuje jednadžbu kružnice
Sadržaj: Jednadžba kružnice. Prošireni sadržaj: Presjek pravca i središnje kružnice. Jednadžba tangente u toćki središnje kružnice.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamićne geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja.		
MAT SŠ B.4.4. Analizira svojstva funkcija.	Prepoznaje i nabraja elementarne funkcije (linearnu, kvadratnu, $f(x) = x^2, f(x) = \frac{1}{x} \text{ i } f(x) = \sqrt{x},$ eksponencijalnu). Navodi njihova svojstva (domenu, kodomenu, rast/ pad, nultoćke, ogranićenost). Svojstva funkcija objašnjava na grafu funkcije. Prošireni sadržaj:	Prepoznaje, nabraja i grafićki prikazuje elementarne funkcije. Nabraja svojstva elementarnih funkcija.

	Logaritamska funkcija.	
Sadržaj: Elementarne funkcije (linearna, kvadratna, eksponencijalna). Graf i svojstva funkcije (domena, kodomena, rast/ pad, nultočke, ograničenost). Prošireni sadržaj: Logaritamska funkcija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Svojstva funkcija uočavati i objašnjavati na grafu funkcije. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za prikaz grafa i istraživanje svojstava funkcija.		
MAT SŠ B.4.5. Prikazuje skupove i operacije sa skupovima.	Kreira i prikazuje skupove (brojeva, podataka) i njihove odnose pomoću Vennovih dijagrama. Rabi matematičke simbole u zapisu skupova i njihovih odnosa. Određuje i prikazuje podskup, uniju, presjek i razliku skupova realnih brojeva zapisujući ih matematičkim simbolima.	Samostalno povezuje različite zapise skupova i prelazi iz jednoga u drugi.
Sadržaj: Skupovi. Operacije sa skupovima.		
MAT SŠ E.4.1. Računa vjerojatnost.	Opisuje slučajni pokus i elementarne događaje. Prepoznaje siguran i nemoguć događaj i određuje njihovu vjerojatnost. Računa vjerojatnost primjenjujući klasičnu definiciju vjerojatnosti i svojstva vjerojatnosti. Prošireni sadržaj: Kombinatorika. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	Određuje skup svih povoljnih i mogućih događaja te primjenjuje skupove za prikaz slučajnoga događaja.
Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost događaja. Klasična definicija vjerojatnosti. Prošireni sadržaj: Kombinatorika		

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 4. razred – 64 sata godišnje (za struke koje su u 1., 2. i 3. razredu imale 105 sati godišnje)

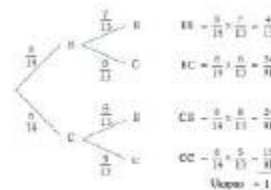


Slika 6. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u dvanaestoj godini učenja, 64 sata godišnje (za struke koje su u 1., 2. i 3. razredu imale 105 sati godišnje)

Matematika – na kraju 4. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.4.1. Računa i interpretira računske operacije s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini.	Prikazuje kompleksan broj u algebarskome obliku i u Gaussovoj ravnini. Zbraja, oduzima, množi i dijeli kompleksne brojeve. Određuje i prikazuje konjugirano kompleksan broj i modul kompleksnoga broja. Interpretira geometrijsko značenje zbroja, razlike ili modula razlike dvaju kompleksnih brojeva. Prošireni sadržaj: Primjenjuje trigonometrijski zapis kompleksnog broja.	Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve u algebarskome obliku. Prikazuje kompleksni broj u algebarskom i u trigonometrijskome obliku. Uočava vezu modula kompleksnoga broja i konjugirano kompleksnoga broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.
Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Modul kompleksnog broja. Gaussova ravnina. Prošireni sadržaj: Trigonometrijski zapis kompleksnog broja		
MAT SŠ B.4.1. Primjenjuje aritmetički i geometrijski niz.	Opisuje aritmetički i geometrijski niz, zapisuje opći član niza, povezuje s aritmetičkom i geometrijskom sredinom. Računa zbroj prvih n članova niza. Rješava probleme iz svakodnevnoga života primjenom aritmetičkoga i geometrijskoga niza, posebno složeni kamatni račun.	Opisuje razliku između aritmetičkoga i geometrijskoga niza, nastavlja zadani niz uočenim pravilom. Računa razliku aritmetičkoga niza i količnik geometrijskoga niza, računa traženi član niza.
Sadržaj: Aritmetički i geometrijski niz. Opći član i zbroj prvih n članova niza. Geometrijski red. Složeni kamatni račun.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka složenoga kamatnog računa: Jedna je obitelj odlučila štedjeti u banci koja nudi 3.5 % godišnjih kamata. Dogovorili su se da će na početku svake godine na račun stavljati 4000 kn i da uštedevinu neće podizati. Koliko će iznositi njihova uštedevina nakon 10 godina? Koliko bi vremena trebali štedjeti ako žele uštedjeti 100000 kn?		
MAT SŠ B.4.2. Analizira svojstva funkcija.	Nabroja elementarne funkcije i navodi njihova svojstva (domenu, kodomenu, sliku, rast/ pad, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost funkcije). Povezuje graf funkcije i svojstva i objašnjava na grafu.	Određuje neka svojstva funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafom.
Sadržaj: Svojstva funkcija (domena, kodomena, slika, rast/ pad, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost). Graf funkcije.		
MAT SŠ B.4.3. Tumači značenje limesa funkcije u točki.	Opisuje i grafom prikazuje funkciju koja je neprekidna odnosno koja nije, objašnjava pojam limesa funkcije. Određuje limes funkcije.	Određuje limes jednostavne funkcije te navodi primjere neprekidnih funkcija i onih koje nisu neprekidne.
Sadržaj: Limes funkcije.		

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Određuje limese funkcija, primjerice: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}, \lim_{x \rightarrow \infty} x^2$.		
MAT SŠ B.4.4. Povezuje definiciju derivacije funkcije u točki s problemom tangente i brzine. IZBORNI ISHOD	Grafički prikazuje i objašnjava problem tangente, označava prirast varijable i prirast funkcije, povezuje s pojmom limesa. Objašnjava vezu derivacije i trenutne brzine (prijelaz iz prosječne u trenutnu). Navodi definiciju derivacije. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	Prikazuje vezu prirasta varijable i prirasta funkcije s derivacijom funkcije u točki.
Sadržaj: Problem tangente i brzine. Definicija derivacije funkcije.		
MAT SŠ E.4.1. Argumentirano računa vjerojatnost.	Povezuje i prikazuje presjek, uniju i suprotni događaj pomoću skupova i operacija te Vennovim dijagramom. Crta vjerojatnosno stablo. Opisuje i računa vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju (simultani i uzastopni). Prošireni sadržaj: Razlikuje zavisne i nezavisne događaje, računa uvjetnu vjerojatnost. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	Računa vjerojatnost jednostavnih događaja prikazanih s pomoću skupovnih operacija i vjerojatnosnoga stabla. Računa vjerojatnost simultanih događaja.
Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost. Vjerojatnosno stablo. Vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju. Prošireni sadržaj: Zavisni i nezavisni događaji. Uvjetna vjerojatnost.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Provoditi jednostavne pokuse, primjerice bacanje kocke ili novčića. Uniju, presjek, razliku i komplement događaja ilustrirati Vennovim dijagramom. Koristiti se vjerojatnosnim stablom. Primjer zadatka: U vrećici je 8 bijelih i 6 crvenih kuglica. Izvlačimo jednu kuglicu, vratimo je i izvlačimo drugu.		



Četverogodišnje strukovne škole Matematika 1. razred – 105 sati godišnje



Slika 7. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u devetoj godini učenja, 105 sati godišnje

Matematika – na kraju 1. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.1.1. MAT SŠ E.1.1. Računa s realnim brojevima.	Računa vrijednosti brojevnih izraza poštujući redoslijed računskih operacija. Procjenjuje, zaokružuje i računa u problemskim situacijama različitih razina složenosti. Računa aritmetičku sredinu statističkih podataka prikazanih na različite načine.	Računa vrijednost izraza s više računskih operacija i rješava jednostavne probleme uz procjenu rješenja.
Sadržaj: Skup realnih brojeva. Računske operacije u skupu realnih brojeva. Aritmetička sredina.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Primjer: Trgovina je naručila 700 kutija keksa. Dvadeset posto narudžbe je čajno pecivo, a tri sedmine narudžbe su keksi s čokoladom. Ostalo su napolitanke. Koliko je kutija pojedine vrste naručila trgovina?		
MAT SŠ A.1.2. MAT SŠ B.1.1. Primjenjuje potencije s cjelobrojnim eksponentima.	Računa vrijednosti brojevnih izraza s potencijama poštujući redoslijed računskih operacija. Navodi i objašnjava pravila za zbrajanje, množenje, dijeljenje i potenciranje potencija te ih primjenjuje za pojednostavnjivanje izraza i povezuje ih s problemima iz drugih područja i života. Zaokružuje broj na značajne znamenke. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	Računa vrijednost jednostavnih brojevnih izraza s potencijama.
Sadržaj: Potencije. Računske operacije s potencijama. Znanstveni zapis broja.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Za bazu potencija u primjerima i zadacima koristiti se racionalnim brojevima. Primjer zadatka: Zemlji najbliža zvijezda Proxima Centauri udaljena je od Sunca 4.3 svjetlosne godine. Koliko iznosi ta udaljenost u kilometrima? Rezultat zapišite u znanstvenome obliku i zaokružite na tri decimale. Napomena: Svjetlosna godina udaljenost je koju svjetlost prijeđe u godini dana. Brzina svjetlosti je približno $3 \cdot 10^8$ metara u sekundi, a godina ima 365 dana.		
MAT SŠ B.1.2. Računa s algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima.	Za zadani izraz računa konkretne vrijednosti, pojednostavnjuje izraz, primjenjuje formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata, faktorizira izraze. Krati, množi, dijeli i zbraja jednostavne algebarske razlomke.	Zbraja, množi i rastavlja na faktore jednostavne algebarske izraze i kvadrira binome. Množi i dijeli jednostavne algebarske razlomke.
Sadržaj: Algebarski izrazi i algebarski razlomci. Formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata. Rastav na faktore.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Pri računanju s algebarskim razlomcima ne treba inzistirati na složenim zadacima, već na razumijevanju i primjeni pravila. Primjer jednostavnih algebarskih razlomaka:		

$\frac{4a^2 - 6ab + 5b^2}{2a^2 - 4ab} \cdot \frac{5a^2 - 18b^2}{37 + 7} \cdot \frac{47}{67 - 86} \cdot \frac{a}{15 - 4} = \frac{2}{a^2 - 2a}$		
MAT SŠ B.1.3. Primjenjuje proporcionalnost, postotke, linearne jednačbe i sustave.	Primjenjuje postotni račun za obračun poreza, carine, promjene cijena, opise udjela i druge probleme iz života. Primjenjuje proporcionalnost u primjerima iz života. Rješava tekstualne zadatke iz matematike, drugih područja i života. Rješava linearne jednačbe i sustave linearnih jednačbi. Izražava jednu veličinu pomoću drugih primjenjujući svojstva jednakosti. Prošireni sadržaj: Diskutira postojanje rješenja jednačbe ovisno o parametru. Rješava jednostavne linearne jednačbe s apsolutnom vrijednošću.	Zapisuje zadani problem u obliku linearne jednačbe ili sustava linearnih jednačbi i rješava jednačbu ili sustav jednačbi.
Sadržaj: Linearne jednačbe. Proporcionalne veličine. Postotci. Problemi 1. stupnja. Sustav dviju linearnih jednačbi s dvjema nepoznicama. Prošireni sadržaj: Jednačbe s parametrom. Linearne jednačbe s apsolutnom vrijednošću.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Jednostavni problemi: povećanje/sniženje za određeni postotak, izračun postotka, primjena proporcionalnosti u jednome koraku, račun diobe, problemi koji se izravno svode na linearnu jednačbu.		
MAT SŠ B.1.4. Primjenjuje linearne nejednačbe.	Rješava linearne nejednačbe i sustave linearnih nejednačbi te rješenje zapisuje s pomoću intervala. Primjenjuje linearne nejednačbe u problemskim situacijama. Prošireni sadržaj: Rješava jednostavne linearne nejednačbe s apsolutnom vrijednošću.	Rješava linearne nejednačbe zapisujući rješenje na različite načine.
Sadržaj: Linearne nejednačbe i sustavi linearnih nejednačbi s jednom nepoznicom. Prošireni sadržaj: Nejednačbe s apsolutnom vrijednošću.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer: Antropolozi i forenzičari klasificiraju lubanju koristeći se izrazom: $\frac{d + 60s}{d} - \frac{d - 40s}{d}$ u kojemu je d duljina lubanje, a s širina. a) Izrazite klasifikaciju kao jedan racionalni izraz. b) Ako je vrijednost racionalnog izraza (a) manja od 75, po klasifikaciji lubanja je dugačka. Srednja lubanja je između 75 i 80. Koristeći se racionalnim izrazom iz a), klasificirajte lubanju širine 5 inča i duljine 6 inča. c) Ovisi li vrijednost izraza o mjernim jedinicama u kojima je izražena duljina i širina lubanje? Zašto? d) Kolika je širina lubanje duge 16 cm ako je klasificirana kao srednja?		
MAT SŠ B.1.5. MAT SŠ D.1.1. Povezuje različite prikaze linearne funkcije.	Zadanu linearnu funkciju prikazuje tablično i grafički. Opisuje utjecaj koeficijenata na položaj grafa, definira i određuje nultočku. Iz grafa čita argumente i vrijednosti te određuje koeficijente i funkciju. Iz zadanih elemenata (argumenta i vrijednosti, točke grafa, koeficijenta) određuje funkciju.	Za zadanu linearnu funkciju računa vrijednosti funkcije, crta graf, određuje nultočku i interpretira koeficijente.

	Prošireni sadržaj: Crta graf funkcije apsolutne vrijednosti.	
Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije. Prošireni sadržaj: Graf funkcije apsolutne vrijednosti.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava funkcija, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja.		
MAT SŠ B.1.6. Primjenjuje linearnu funkciju pri rješavanju problema.	U problemskim situacijama prepoznaje linearnu ovisnost, zapisuje ju kao funkciju te primjenjuje za analizu problema. Analizira problem iz grafičkoga prikaza.	Iz zadanih podataka linearnu ovisnost zapisuje kao linearnu funkciju.
Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka otvorenoga tipa:		



Osmislite zadatak koji je prikazan zadanim grafom. Napišite pitanja koja možete postaviti na osnovi podataka vidljivih s grafa, a povezano sa zadatkom. Odgovorite na ta pitanja.

MAT SŠ B.1.7. Prikazuje operacije sa skupovima i rješenja nejednadžbi s pomoću intervala.	Nejednakosti zapisuje s pomoću intervala i obratno te prikazuje na brojevnome pravcu. Primjenjuje i prikazuje podskup, uniju, presjek i razliku podskupova skupa realnih brojeva zapisujući ih matematičkim simbolima.	Prikazuje intervale na brojevnome pravcu i zapisuje simbolima i s pomoću nejednakosti. Određuje i prikazuje presjek i uniju skupova.
Sadržaj: Skupovi. Operacije sa skupovima. Brojevni pravac. Intervali.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer: Zadani su skupovi brojeva: A je skup realnih brojeva manjih ili jednakih 3, a B je skup realnih brojeva većih od 3 i manjih od 15. Zapišite skupove s pomoću intervala i prikažite ih na brojevnome pravcu. Za svaku tvrdnju odredite je li točna ili netočna i obrazložite: $3 \in A$; $3 \in B$; $A \cup B = (-\infty, 15)$; $A \cap B = \{3\}$; $A \setminus B = A$.		
MAT SŠ C.1.1. Konstruira i analizira položaj karakterističnih točaka trokuta.	Definira i konstruira simetralu dužine, simetralu kuta, visinu i težišnicu te karakteristične točke trokuta. Uočava da težište dijeli težišnicu u omjeru 2 : 1. Analizira položaj karakterističnih točaka ovisno o vrsti trokuta. Prošireni sadržaj: Otkriva formule za površinu trokuta s polumjerom upisane i opisane kružnice.	Opisuje i konstruira simetralu dužine, težišnicu i težište trokuta te definira i konstruira središte trokutu opisane kružnice.
Sadržaj: Karakteristične točke trokuta. Prošireni sadržaj: Formule za površinu trokuta s polumjerom upisane i opisane kružnice.		

MAT SŠ C.1.2. MAT SŠ D.1.2. Primjenjuje Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.	Izriče i ilustrira poučke o sukladnosti i sličnosti trokuta te Talesov poučak o proporcionalnosti dužina, primjenjuje ih u modeliranju problema. Određuje, obrazlaže i primjenjuje odnose površina, opsega i drugih veličina u sličnim trokutima. Primjenjuje Heronovu formulu pri računanju površine trokuta. Rješavajući primjere zadataka upoznaje povijest matematike. Prošireni sadržaj: Rješava probleme rabeći Euklidov poučak o pravokutnome trokutu. Crte iz povijesti – Tales, Euler, Heron, Pitagora.	Rješava jednostavne probleme rabeći Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.
Sadržaj: Sukladnost trokuta. Talesov poučak o proporcionalnosti dužina. Sličnost trokuta. Primjene sukladnosti i sličnosti. Prošireni sadržaj: Euklidov poučak.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer: Objasnite kako je Tales s pomoću sjene izmjerio visinu piramide. Izračunajte na taj način visinu neke građevine ili stabla u svojoj okolini.		
MAT SŠ D.1.3. Primjenjuje trigonometrijske omjere.	Primjenjuje trigonometrijske omjere pri modeliranju problemskih situacija i za rješavanje problema u planimetriji (trokut, kvadrat, pravokutnik, romb). Prošireni sadržaj: Primjenjuje trigonometrijske omjere za rješavanje problema u planimetriji (paralelogram, trapez, deltoid).	Primjenjuje trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih veličina u pravokutnome trokutu.
Sadržaj: Trigonometrijski omjeri. Primjena trigonometrijskih omjera u planimetriji. Prošireni sadržaj: Primjena trigonometrijskih omjera na paralelogram, trapez i deltoid.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Jednostavni problemi: problemi koji se izravno svode na pravokutni trokut, problemi s likovima koji se rješavaju izravno, uočavanjem pravokutnoga trokuta. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja. Primijeniti znanja u autentičnim situacijama i na terenskoj nastavi.		
MAT SŠ E.1.2. Barata podacima prikazanima na različite načine.	Prikazuje podatke tablično, stupčastim dijagramom, histogramom, dijagramom stablo – list, linijskim dijagramom itd. Određuje srednje vrijednosti (mod, medijan, donji i gornji kvartil) te standardnu devijaciju. Crta brkatu kutiju. Korelacija s Geografijom, Informatikom, Kemijom, Biologijom i strukovnim predmetima.	Prikuplja, organizira i prikazuje podatke grafički te iščitava podatke iz zadanoga grafičkog prikaza.
Sadržaj: Prikaz podataka. Mjere srednje vrijednosti.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Prikazivanje mjera dijagramom brkate kutije omogućuje lakšu interpretaciju tih mjera i lakšu usporedbu više skupova istovrsnih podataka.		

Primjer: Mjerenjem mase petnaest bjeloglavih supova dobiveni su sljedeći podatci o masama jedinki: 7.5, 7.8, 9.1, 9.3, 9.1, 8.2, 7.5, 7.5, 7.3, 8.2, 8.3, 8.8, 9.8, 7.3, 9.7.

Odredite statističke parametre (aritmetičku sredinu, mod, medijan, donji i gornji kvartil, standardnu devijaciju).

Objasnite značenje standardne devijacije na primjeru toga uzorka bjeloglavih supova.

Prikažite statističke parametre toga uzorka dijagramom brkate kutije.

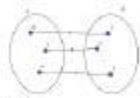
MAT SŠ C.1. MAT SŠ D.1. Računa s vektorima. IZBORNI ISHOD	Prepoznaje, opisuje i rabi elemente vektora. Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravnini te u koordinatnome sustavu određuje duljinu vektora. Prikazuje vektor kao linearnu kombinaciju vektora. Prošireni sadržaj: Računa mjeru kuta između vektora.	Opisuje vektor i odnose između dvaju vektora, crta vektore, određuje koordinate vektora zadanoga točkama u koordinatnome sustavu i računa duljinu vektora.
Sadržaj: Vektori. Operacije s vektorima. Vektori u koordinatnome sustavu. Linearna kombinacija vektora. Prošireni sadržaj: Kut između vektora.		

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 2. razred – 105 sati godišnje

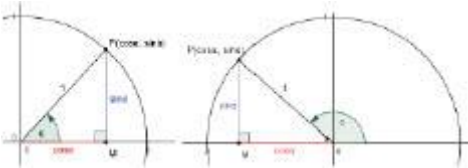


Slika 8. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u desetoj godini učenja, 105 sati godišnje

Matematika – na kraju 2. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.2.1. Računa s drugim i trećim korijenom.	Procjenjuje i računa približnu vrijednost drugoga i trećega korijena koristeći se džepnim računalom. Računa s izrazima s drugim i trećim korijenom poštujući redoslijed računskih operacija. Djelomično korjenjuje izraz. Prošireni sadržaj: Racionalizira nazivnik razlomka.	Procjenjuje i računa približnu vrijednost drugoga i trećega korijena nenegativnoga broja, a drugi korijen negativnoga broja prikazuje s pomoću imaginarne jedinice.

	Dokazuje da je $\sqrt{2}$ iracionalni broj.	
Sadržaj: Drugi i treći korijen. Imaginarna jedinica. Prošireni sadržaj: Racionalizacija nazivnika.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Računati približnu vrijednost nenegativnoga korijena služeći se džepnim računalom. Uvodi se imaginarna jedinica: $i^2 = -1$. i primjenjuje kao u primjeru: $\sqrt{-16} = \sqrt{i^2 \cdot 16} = 4i$. Primjer izraza s drugim korijenom: $\sqrt{5} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 4\sqrt{2}$; $\sqrt{5}(2 - \sqrt{3})$; $(3 - 2\sqrt{2})^2$. Primjer izraza s trećim korijenom: $\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{5} + 4\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[3]{5}(2 - \sqrt[3]{9})$; $(3 - 2\sqrt[3]{4})^3$. Prošireni sadržaj: Racionalizirati nazivnik razlomka oblika $\frac{a + b\sqrt{c}}{d + e\sqrt{c}}$, u, b, c w $\mathbb{N}$.		
MAT SŠ B.2.1. Rješava i primjenjuje kvadratnu jednadžbu.	Odabire metodu i rješava kvadratne jednadžbe s racionalnim koeficijentima. Primjenjuje diskriminantu pri određivanju prirode rješenja kvadratne jednadžbe. Faktorizira trinom. Rješava jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu. Modelira problemsku situaciju te određuje rješenja. Prošireni sadržaj: Primjenjuje Viëteove formule. Korelacija s Fizikom, Informatikom i strukovnim predmetima.	Učinkovito rješava kvadratnu jednadžbu i provjerava rješenja te argumentira prirodu rješenja kvadratne jednadžbe.
Sadržaj: Kvadratna jednadžba. Diskriminanta kvadratne jednadžbe. Prošireni sadržaj: Viëteove formule.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu: bikvadratne jednadžbe, sustavi koji se svode na kvadratnu jednadžbu i iracionalne jednadžbe oblika $\sqrt{ax+b} = cx+d$. Argumentira prirodu rješenja kvadratne jednadžbe. Primjer: Ne rješavajući jednadžbu $3x^2 + 4x - 1 = 0$, odredite prirodu rješenja te jednadžbe.		
MAT SŠ B.2.2. Analizira funkciju.	Računa funkcijsku vrijednost zadane funkcije uvrštavanjem broja. Računski određuje domenu jednostavnih racionalnih i iracionalnih funkcija. Određuje sliku funkcije za linearnu i kvadratnu funkciju. Prepoznaje bijekciju između skupova prikazanih Vennovim dijagramima.	Računa funkcijsku vrijednost polinomne, racionalne i iracionalne funkcije te objašnjava pojam funkcije.
Sadržaj: Pojam funkcije. Domena, kodomena i slika funkcije. Bijekcija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Bijekciju definirati i prepoznati na primjerima skupova prikazanih Vennovim dijagramima. Sliku funkcije odredi računski samo za lineare i kvadratne funkcije. Jednostavne racionalne funkcije oblika su $f(x) = \frac{a}{bx+c}$. Jednostavne iracionalne funkcije oblika su $f(x) = \sqrt{ax+b}$. Koristi se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računskim programima i alatima. 		

MAT SŠ B.2.3. MAT SŠ C.2.1. Analizira grafički prikaz funkcije.	Grafički prikazuje funkcije: $f(x) = \frac{1}{x}$ $f(x) = \sqrt{x}$ Na grafu funkcije određuje domenu, kodomenu, sliku funkcije i objašnjava bijekciju. Skicira graf inverzne funkcije.	Funkcije prikazuje grafički te na grafičkom prikazu određuje domenu, kodomenu i sliku funkcije.
Sadržaj: Pojam funkcije. Grafički prikaz funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Grafički prikazati funkcije $f(x) = \frac{1}{x}$ i $f(x) = \sqrt{x}$ određujući funkcijsku vrijednost za neke vrijednosti varijable x. Graf inverzne funkcije skicirati preslikavajući funkciju preko pravca $y = x$. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.		
MAT SŠ B.2.4. MAT SŠ C.2.2. Primjenjuje kvadratnu funkciju.	Određuje nultočke, sjecište s ordinatom, tjeme parabole, os simetrije, tijek funkcije. Grafički prikazuje kvadratnu funkciju. Očitava točke s grafa funkcije. Rješava jednostavne kvadratne nejednadžbe. Pri grafičkome prikazivanju kvadratne funkcije objašnjava oblik funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećemu koeficijentu. Prošireni sadržaj: Određuje funkciju iz grafa.	Grafički prikazuje kvadratnu funkciju.
Sadržaj: Kvadratna funkcija. Grafički prikaz kvadratne funkcije. Tjeme i nultočke. Kvadratna nejednadžba.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima. Za koeficijente kvadratne funkcije u primjerima i zadacima koristiti racionalne brojeve. Učenik će grafički prikazati funkciju oblika $f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$ translacijom i funkciju oblika $f(x) = ax^2 + bx + c$ metodom pet točaka (nultočke, tjeme parabole, sjecište s ordinatom, preslikavanje sjecišta s ordinatom preko osi simetrije). Problemska situacija uključuje probleme s ekstremima te određivanje sjecišta kvadratne i linearne funkcije. Primjer: Praćenjem prodaje nekoga proizvoda ustanovljeno je da se prodaja može opisati kvadratnom funkcijom $f(x) = -\frac{2}{25}x^2 + 12x - 180$, gdje je x cijena proizvoda, a $f(x)$ broj prodanih komada proizvoda po cijeni x. Koliko će se proizvoda prodati ako je cijena 30 kuna? Koliko će pritom trgovac zaraditi? Za koju je cijenu prodaja toga proizvoda isplativa? Kolika mora biti cijena ako trgovac želi prodati više od 45 komada toga proizvoda? Za koju će cijenu prodaja toga proizvoda biti maksimalna? Koliko će pritom trgovac zaraditi? Isplati li se taj proizvod prodavati po cijeni od 15 kuna? Jednostavne kvadratne nejednadžbe oblika $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$.		
MAT SŠ C.2.3. MAT SŠ D.2.1. Primjenjuje znanja o kružnici i krugu.	Primjenjuje poučak o obodnome i središnjemu središnjem kutu pri dokazu Talesova poučka. Konstruira tangentu na kružnicu. S pomoću proporcionalnosti izvodi formule za duljinu kružnoga luka i površinu kružnoga isječka. Povezuje duljinu kružnoga luka s radijanskom mjerom kuta.	Prepoznaje elemente kružnice i kruga, prikazuje ih u ravnini i konstruira tangentu na kružnicu.

	Prošireni sadržaj: Računa površinu kružnoga odsjeka.	
Sadržaj: Kružnica i krug. Kružni luk i kružni isječak. Poučak o obodnome i središnjemu kutu. Prošireni sadržaj: Površina kružnoga odsjeka.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Otkrivati i obrazlagati formule.		
MAT SŠ C.2.4. MAT SŠ D.2.2. Primjenjuje poučak o sinusima i poučak o kosinusu.	Povezuje trigonometrijske omjere u pravokutnome trokutu s koordinatama točke na kružnici. Računa površinu trokuta. Primjenjuje poučke u problemskim zadacima. Prošireni sadržaj: Primjenjuje poučke u stereometriji.	Primjenjuje odgovarajući poučak za računanje elemenata trokuta i argumentira svoj izbor.
Sadržaj: Poučak o sinusima. Poučak o kosinusu. Primjena u planimetriji. Prošireni sadržaj: Primjena u stereometriji.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Vrijednosti sinusa i kosinusa za kutove od 90° do 180° uvode se na sljedeći način:		
		
Izostaviti zadatke u kojima se primjenjuju adicijske formule. Izostaviti zadatke određivanja elemenata trokuta na temelju zadanih dviju stranica i kuta nasuprot manjoj od njih dviju.		
MAT SŠ C.2.5. MAT SŠ D.2.3. Analizira položaj pravaca i ravnina u prostoru i računa udaljenost.	Razlikuje točku, pravac, ravninu te analizira i objašnjava međusobne položaje. Određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta. Računa udaljenosti točaka do pravaca i ravnina te udaljenost pravaca i ravnina u paralelnome položaju.	Objašnjava međusobne položaje točaka, pravaca i ravnina te određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta.
Sadržaj: Geometrija prostora. Ortogonalna projekcija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se modelima, mrežama ili skicama geometrijskih tijela. Pri određivanju udaljenosti primijeniti ranije stečena znanja (Pitagorin poučak, trigonometrijski omjeri...).		
MAT SŠ C.2.6. MAT SŠ D.2.4. Računa volumen i oplošje geometrijskih tijela.	Prepoznaje i opisuje uspravnu prizmu (četverostrana, pravilna šesterostrana), piramidu (četverostrana, pravilna šesterostrana), valjak, stožac i kuglu. Računa elemente (duljine bridova, volumen, oplošje, polumjer baze...) prizme, valjka, piramide, stošca, kugle te rotacijskih tijela. Prošireni sadržaj: Prepoznaje i opisuje Platonova tijela.	Opisuje prizmu, piramidu, valjak, stožac i kuglu te računa volumen i oplošje prizme i valjka.

Sadržaj: Geometrijska tijela. Oplošje i volumen geometrijskih tijela. Prošireni sadržaj: Platonova tijela.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ovaj ishod treba obraditi nakon poučka o sinusima. Otkrivati formule za volumen prelijevajući vodu (ili presipavajući rižu, pijesak...) iz šuplje piramide/stošca u šuplju prizmu/valjak sukladnih baza i visine.		
MAT SŠ E.2.1. Primjenjuje vjerojatnost.	Opisuje siguran i nemoguć događaj. Rabi algebru događaja (unija, presjek, komplement) za određivanje vjerojatnosti. Određuje geometrijsku vjerojatnost.	Određuje skup svih povoljnih i mogućih događaja te primjenjuje klasičnu definiciju vjerojatnosti.
Sadržaj: Vjerojatnost. Klasična definicija vjerojatnosti. Geometrijska vjerojatnost.		
MAT SŠ A.2. Računa i interpretira računske operacije s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini. IZBORNI ISHOD	Prikazuje kompleksni broj u algebarskome obliku i u Gaussovoj ravnini. Zbraja, oduzima, množi i dijeli kompleksne brojeve. Određuje i prikazuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja. Interpretira geometrijsko značenje zbroja, razlike ili modula razlike dvaju kompleksnih brojeva.	Prikazuje kompleksni broj u algebarskome obliku i u Gaussovoj ravnini. Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve te uočava vezu modula kompleksnoga broja i konjugirano kompleksnoga broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.
Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Modul kompleksnoga broja. Gaussova ravnina.		

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 3. razred – 105 sati godišnje



Slika 9. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikulumu u jedanaestoj godini učenja, 105 sati godišnje

Matematika – na kraju 3. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podaci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda

MAT SŠ A.3.1. MAT SŠ B.3.1. Primjenjuje pravila za računanje s potencijama racionalnoga eksponenta.	Prelazi iz prikaza potencije racionalnoga eksponenta u prikaz korijenom i obratno. Računa vrijednost korijena i potencija racionalnoga eksponenta koristeći se džepnim računalom ili bez njega. Računa s potencijama racionalnoga eksponenta.	Računa vrijednost potencija racionalnoga eksponenta.
Sadržaj: Korijeni. Potencije racionalnog eksponenta.		
MAT SŠ B.3.2. MAT SŠ C.3.1. Analizira eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	Određuje domen, kodomen, sliku, rast i pad, inverznu funkciju eksponencijalne i logaritamske funkcije i crta graf funkcija $f(x) = a^x$, $f(x) = b \cdot a^x$, $f(x) = \log_a x$. Prošireni sadržaj: Primjenjuje prirodni logaritam. Crtice iz povijesti – Euler, Napier.	Grafički prikazuje logaritamsku i eksponencijalnu funkciju.
Sadržaj: Eksponencijalna i logaritamska funkcija. Svojstva i graf eksponencijalne i logaritamske funkcije. Prošireni sadržaj: Prirodni logaritam.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Učenik otkriva osnovna svojstva funkcija iz njihovih grafova. Uočava »inverznu« vezu između eksponencijalne i logaritamske funkcije rabeći pravac $y = x$.		
MAT SŠ B.3.3. MAT SŠ C.3.2. Primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost. Prošireni sadržaj: Crtice iz povijesti – Briggsove i Napierove logaritamske tablice. Korelacija s Kemijom, Biologijom i strukovnim predmetima.	U problemu opisanome eksponencijalnom i logaritamskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.
Sadržaj: Primjena eksponencijalne i logaritamske funkcije.		
MAT SŠ B.3.4. Modelira eksponencijalnom i logaritamskom jednadžbom.	Navodi i primjenjuje svojstva potencija i logaritama, računa vrijednosti jednostavnih logaritamskih izraza, prelazi iz logaritamskoga u eksponencijalni oblik. Rješava jednostavne eksponencijalne i logaritamske jednadžbe. Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost.	Rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe izravnom primjenom definicije.
Sadržaj: Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.		
MAT SŠ B.3.5. MAT SŠ C.3.3.	Definira trigonometrijske funkcije broja na brojevnoj kružnici, otkriva svojstva i rabi ih za računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija.	Iskazuje definicije trigonometrijskih funkcija i uočava njihova svojstva.

Primjenjuje svojstva trigonometrijskih funkcija.	Koristi se džepnim računalom. Prošireni sadržaj: Primjenjuje trigonometrijske identitete. Crtice iz povijesti – podrijetlo imena trigonometrijskih funkcija.	
Sadržaj: Brojeva kružnica. Definicija trigonometrijskih funkcija. Svojstva trigonometrijskih funkcija. Prošireni sadržaj: Trigonometrijski identiteti.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Važno je da učenici otkriju i usvoje vezu koordinata točaka na brojevnoj kružnici i trigonometrijskih funkcija ($\sin x$ i $\cos x$), odnosno koordinata točaka na osi tangensa s $tg x$, osi kotangensa s $ctg x$. Također je važno otkrivanje svojstava kao što su parnost/neparnost i periodičnost te njihova primjena pri računanju vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristiti se džepnim računalom. Upozoriti na mjere koje se koriste pri računanju (stupnjevi, radijani).		
MAT SŠ B.3.6. MAT SŠ C.3.4. Analizira graf trigonometrijske funkcije.	Prepoznaje i opisuje grafove osnovnih trigonometrijskih funkcija. Grafički prikazuje trigonometrijske funkcije: $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x,$ $f(x) = tg x, f(x) = ctg x,$ $f(x) = A \sin(bx + c) + d,$ $f(x) = A \cos(bx + c) + d.$ Korelacija s Fizikom i strukovnim predmetima.	Određuje svojstva trigonometrijskih funkcija: $f(x) = A \sin(bx),$ $f(x) = A \cos(bx).$
Sadržaj: Grafički prikaz trigonometrijskih funkcija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Moguće je učenicima zadati manji seminarski rad u kojemu će crtati grafove trigonometrijskih funkcija (od početka se koristeći brojevnom kružnicom, prenoseći vrijednosti na graf) ili onih kojima se mijenjaju amplitude, periodi i pomaci. Koristeći se programom dinamične geometrije pri izradi toga seminarskog rada, mnogo jednostavnije uočavaju promjene. No za razvoj grafomotoričkih vještina dobro je zadati da učenici to rade i prostoručno. Svakako ih treba upozoriti na važnost odabira odgovarajućega mjerila pri crtanju grafova.		
MAT SŠ B.3.7. MAT SŠ C.3.5. Primjenjuje trigonometrijske funkcije.	Analizira probleme opisane trigonometrijskom funkcijom i primjenjuje trigonometrijske funkcije za modeliranje.	U problemu opisanome trigonometrijskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.
Sadržaj: Primjena trigonometrijskih funkcija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer problema opisanoga trigonometrijskom funkcijom: Duljina dana opisana je formulom: $D(t) = \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{365} \cdot (t - 79)\right) + 12,$ pri čemu je t dan u godini ($t = 0$ je 1. siječnja), konstanta K određena je geografskom širinom mjesta. a) Kolika je duljina dana 22. 2. u Dubrovniku ($K = 6$)? b) Koji dan u veljači traje 11 sati? c) Koji je dan najkraći, a koji najdulji?		
MAT SŠ B.3.8.	Osnovne trigonometrijske jednadžbe rješava grafički ili na brojevnoj kružnici.	Rješava trigonometrijske jednadžbe: $A \sin(bx + c) + d = 0,$ $A \cos(bx + c) + d = 0.$

Primjenjuje trigonometrijske jednadžbe.		
Sadržaj: Trigonometrijske jednadžbe.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer: U nekome mjestu na moru određenoga dana plima je u ponoć i podne, a oseka u 6 i 18 sati. Razina mora, u odnosu na uobičajenu, za vrijeme plime je 5.11 m, a za vrijeme oseke -0.17. Odredite: a) Koja će razina mora biti u 10 sati? b) U koliko će sati poslijepodne razina mora biti 0?		
MAT SŠ C.3.6. MAT SŠ D.3.1. Računa s vektorima.	Prepoznaje, opisuje i koristi elemente vektora. Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravnini i u koordinatnome sustavu, određuje duljinu vektora, računa skalarni umnožak vektora i primjenjuje ga za uvjet okomitosti vektora. Primjenjuje svojstva vektora u problemskim zadacima. Prošireni sadržaj: Rastavlja vektore koristeći se linearnom kombinacijom vektora (računski ili grafički).	Opisuje vektor, crta vektore u ravnini i u koordinatnome sustavu. Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) prikazanim na razne načine.
Sadržaj: Pojam vektora. Računske operacije s vektorima. Duljina vektora. Skalarni umnožak vektora. Okomiti vektori. Prošireni sadržaj: Linearna kombinacija vektora.		
MAT SŠ B.3.9. MAT SŠ C.3.7. MAT SŠ D.3.2. Primjenjuje jednadžbu pravca.	Prepoznaje, opisuje i crta pravac u koordinatnome sustavu iz njegove jednadžbe i izvodi jednadžbu pravca iz grafičkoga prikaza ili zadanih parametara. Računa mjeru kuta pravca s pozitivnim dijelom apscise i povezuje ga s koeficijentom smjera. Crta i određuje pravce paralelne s koordinatnim osima. Računa udaljenost točke od pravca i mjeru kuta između pravaca. Prošireni sadržaj: Primjenjuje pravac regresije. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	Grafički prikazuje pravac iz različitih oblika jednadžbe te interpretira koeficijente u jednadžbi pravca.
Sadržaj: Jednadžba pravca. Kut između pravaca. Udaljenost točke od pravca. Prošireni sadržaj: Pravac regresije.		
MAT SŠ B.3.10. MAT SŠ C.3.8. MAT SŠ D.3.3. Primjenjuje jednadžbu kružnice.	Prepoznaje jednadžbu kružnice i iz nje pronalazi duljinu polumjera i koordinate središta kružnice i obratno. Iz grafičkoga prikaza pronalazi jednadžbu kružnice. Određuje grafički ili računski jednadžbu kružnice u posebnome položaju (dodiruje jednu ili obje koordinatne osi) ili koncentrične kružnice.	Iz jednadžbe kružnice i grafičkoga prikaza određuje elemente kružnice, i obratno, iz zadanih uvjeta određuje jednadžbu kružnice.

	Iz općega oblika jednačbe kružnice određuje središte i polumjer kružnice. Prošireni sadržaj: Ispituje međusobni položaj pravca i kružnice. Određuje tangentu na kružnicu.	
Sadržaj: Jednačba kružnice. Prošireni sadržaji: Međusobni položaj pravca i kružnice. Tangenta na kružnicu.		
MAT SŠ E.3.1. Bira strategiju i rješava problem rabeći kombinatoriku.	Prepoznaje i opisuje osnovne principe prebrojavanja, permutacije, kombinacije i varijacije. Objašnjava, računa i daje primjer permutacija, kombinacija i varijacija. Ilustrira i rješava problem rabeći kombinatoriku. Prošireni sadržaj: Primjenjuje binomnu formulu.	Rješava probleme rabeći kombinacije i varijacije bez ponavljanja i permutacije.
Sadržaj: Kombinatorika. Osnovni princip prebrojavanja. Permutacije, kombinacije i varijacije. Prošireni sadržaj: Binomna formula.		
MAT SŠ B.3. MAT SŠ C.3. Primjenjuje jednačbe elipse, hiperbole i parabole. IZBORNI ISHOD	Prepoznaje jednačbu elipse, hiperbole i parabole i iz nje pronalazi nepoznate elemente krivulje i obratno. Iz grafičkoga prikaza ili zadanih uvjeta pronalazi jednačbu elipse, hiperbole i parabole. Prošireni sadržaji: Konstruira elipsu, hiperbolu i parabolu. Crtice iz povijesti – čunjosječnice.	Opisuje i skicira elipsu, hiperbolu i parabolu te iz zadanih uvjeta određuje jednačbu elipse, hiperbole i parabole.
Sadržaj: Jednačba elipse, hiperbole i parabole. Prošireni sadržaji: Konstrukcija elipse, hiperbole i parabole.		

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 4. razred – 96 sati godišnje

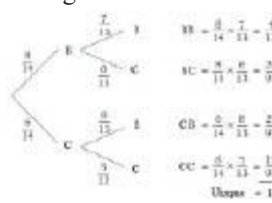


Slika 10. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u dvanaestoj godini učenja, 96 sati godišnje

Matematika – na kraju 4. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost

odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.4.1. Analizira skup realnih brojeva.	Razlikuje i opisuje prirodne, cijele, racionalne, iracionalne i realne brojeve. Uočava i obrazlaže potrebu proširenja skupova brojeva. Navodi i obrazlaže svojstva računskih operacija zbrajanja i množenja. Prošireni sadržaj: Dokazuje da je korijen iz prostoga broja iracionalni broj.	Razlikuje prirodne, cijele, racionalne i iracionalne brojeve te odgovarajuće skupove brojeva. Navodi i obrazlaže svojstva računskih operacija s realnim brojevima.
Sadržaj: Realni brojevi		
MAT SŠ A.4.2. Računa s kompleksnim brojevima.	Zapisuje kompleksni broj u algebarskome i trigonometrijskome obliku. Zbraja, oduzima, množi i potencira kompleksne brojeve u odgovarajućemu obliku, po potrebi koristeći se De Moivreovom formulom. Prošireni sadržaj: Korjenjuje kompleksne brojeve.	Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve u algebarskome obliku te prikazuje kompleksni broj u trigonometrijskome obliku.
Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Računske operacije s kompleksnim brojevima. Trigonometrijski oblik kompleksnoga broja. De Moivreova formula. Prošireni sadržaj: Korijen kompleksnoga broja.		
MAT SŠ A.4.3. MAT SŠ C.4.1. Interpretira računske operacije s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini.	Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini, određuje i prikazuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja. Rješenja jednostavnih jednadžbi i nejednadžbi grafički prikazuje u Gaussovoj ravnini. Interpretira geometrijsko značenje zbroya, razlike ili modula razlike dvaju kompleksnih brojeva. Prošireni sadržaj: Rješenja jednadžbe, primjerice $z^5 = 2$, prikazuje u Gaussovoj ravnini.	Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini i uočava vezu modula kompleksnoga broja i konjugirano kompleksnoga broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.
Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Gaussova ravnina.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Jednostavne jednadžbe i nejednadžbe: $R(z) = 2$, $Im(z) < 3$, $ z = 2$, $ z \geq 3$.		
MAT SŠ B.4.1. Primjenjuje aritmetički i geometrijski niz.	Opisuje aritmetički i geometrijski niz, zapisuje opći član niza, povezuje s aritmetičkom i geometrijskom sredinom. Računa zbroj prvih n članova niza. Rješava probleme iz svakodnevnoga života primjenom aritmetičkoga i geometrijskoga niza, osobito složeni kamatni račun.	Razlikuje aritmetički i geometrijski niz te određuje član niza zadanoga rekursivno ili općim članom.
Sadržaj: Aritmetički i geometrijski niz. Opći član i zbroj prvih n članova niza. Geometrijski red. Složeni kamatni račun.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Primjer zadatka složenoga kamatnog računa:		

Jedna je obitelj odlučila štedjeti u banci koja nudi 3.5 % godišnju kamatu. Dogovorili su se da će na početku svake godine na račun stavljati 4000 kn i da uštedevinu neće podizati. Koliko će iznositi njihova uštedevina nakon 10 godina? Koliko bi vremena trebali štedjeti ako žele uštedjeti 100 000 kn?		
MAT SŠ B.4.2. Računa limes niza.	Opisuje pojam limesa, uočava rast ili pad članova niza i postojanje granice, tj. konvergentnost ili divergentnost. Prošireni sadržaj: Primjenjuje neprekidno ukamaćivanje.	Opisuje pojam monotonosti i omeđenosti niza te pojam limesa niza.
Sadržaj: Monotonost i omeđenost niza. Limes niza. Prošireni sadržaj: Neprekidno ukamaćivanje.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ispisivanjem članova niza i smještanjem na brojevni pravac (po mogućnosti koristeći se programom dinamične geometrije) uočavati postojanje limesa niza tako što su nakon nekoga člana svi članovi unutar intervala, a konačno mnogo ih je izvan. Jednostavni niz: $\frac{1}{n^2}, \frac{1}{2n^2}, \frac{1}{3n^2}, \frac{1}{4n^2}, \dots$		
MAT SŠ B.4.3. Analizira svojstva funkcija.	Nabraja elementarne funkcije i navodi njihova svojstva (domenu, kodomenu, sliku, parnost /neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost funkcije). Svojstva funkcija objašnjava na grafu funkcije.	Određuje neka svojstva funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafom.
Sadržaj: Svojstva funkcija (domena, kodomena, slika, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost). Graf funkcije.		
MAT SŠ B.4.4. Tumači značenje limesa funkcije u točki.	Opisuje i grafom prikazuje funkciju koja je neprekidna odnosno koja nije, objašnjava pojam limesa funkcije. Određuje limes funkcije.	Određuje limes jednostavne funkcije te navodi primjere neprekidnih funkcija i onih koje nisu neprekidne.
Sadržaj: Limes funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Određuje limese funkcija, primjerice $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-3}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x}, \lim_{x \rightarrow 2} x^2$.		
MAT SŠ B.4.5. Povezuje definiciju derivacije funkcije u točki s problemom tangente i brzine.	Grafički prikazuje i objašnjava problem tangente, označava prirast varijable i prirast funkcije, povezuje s pojmom limesa. Objašnjava vezu derivacije i trenutne brzine (prijelaz iz prosječne u trenutnu). Iskazuje definiciju derivacije funkcije u točki. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	Prikazuje vezu prirasta varijable i prirasta funkcije s derivacijom funkcije u točki.
Sadržaj: Problem tangente i brzine. Definicija derivacije funkcije.		
MAT SŠ B.4.6. Primjenjuje derivaciju funkcije u problemskim situacijama.	Izvodi derivaciju po definiciji za jednostavne funkcije (linearnu, kvadratnu), navodi pravila deriviranja zbroja, umnoška i kvocijenta, određuje tangentu na graf jednostavne funkcije. Rješava problemske zadatke rabeći derivaciju.	Računa derivacije jednostavnih funkcija primjenjujući pravila.

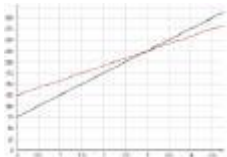
Sadržaj: Derivacija funkcije. Pravila deriviranja. Tangenta na graf funkcije. Primjena derivacija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka: Voda istječe iz bazena. Volumen vode nakon t minuta iznosi $V = 200(50 - t^2)m^3$. Odredite: a) prosječnu brzinu istjecanja vode u prvih 5 minuta; b) trenutnu brzinu istjecanja vode u $t = 5$ minuta.		
MAT SŠ B.4.7. Povezuje derivaciju funkcije i crtanje grafa funkcije.	U zadacima s polinomima i racionalnim funkcijama (polinomi najviše 2. stupnja u brojniku i nazivniku), određuje domen, nultočke (po mogućnosti), stacionarne točke, intervale pada i rasta funkcije (polinoma), ispituje postojanje ekstrema. Određuje tijek funkcije i crta graf. Prošireni sadržaj: Određuje asimptote.	Skicira graf funkcije temeljem svojstava određenih s pomoću derivacije funkcije.
Sadržaj: Svojstva funkcije (domena, kodomena, nultočke, pad/rast, ekstremi). Tijek funkcije. Primjena derivacije. Prošireni sadržaj: Asimptote.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Istraživanjem veze predznaka derivacije i rasta/pada funkcije programom dinamične geometrije uočiti kada će u stacionarnoj točki funkcija imati lokalni ekstrem.		
MAT SŠ E.4.1. Argumentirano računa vjerojatnost.	Povezuje i prikazuje presjek, uniju i suprotni događaj s pomoću skupova i operacija te Vennovim dijagramom. Crta vjerojatnosno stablo. Opisuje i računa vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju (simultani i uzastopni). Razlikuje zavisne i nezavisne događaje, računa uvjetnu vjerojatnost. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	Računa vjerojatnost jednostavnih događaja prikazanih s pomoću skupovnih operacija i vjerojatnosnog stabla. Računa vjerojatnost simultanih događaja.
Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost. Vjerojatnosno stablo. Vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju. Zavisni i nezavisni događaji. Uvjetna vjerojatnost.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Provoditi jednostavne pokuse, primjerice bacanje kocke ili novčića. Uniju, presjek, razliku i komplement događaja ilustrirati Vennovim dijagramom. Povezati De Morganove zakone sa sadržajima predmeta Logika. Računati uvjetne vjerojatnosti i vjerojatnost umnoška događaja. Koristiti se vjerojatnosnim stablom. Primjer zadatka: U vrećici je 8 bijelih i 6 crvenih kuglica. Izvlačimo jednu kuglicu, vratimo je i izvlačimo drugu.		
		



Slika 11. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikula u devetoj godini učenja, 140 sati godišnje

Matematika – na kraju 1. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podaci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.1.1. MAT SŠ B.1.1. Primjenjuje potencije s cjelobrojnim eksponentima.	Računa vrijednosti brojevnih izraza s potencijama poštujući redoslijed računskih operacija. Navodi i objašnjava pravila za zbrajanje, množenje, dijeljenje i potenciranje potencija, primjenjuje ih za pojednostavnjivanje izraza te povezuje s problemima iz drugih područja i života. Zaokružuje na značajne znamenke. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	Računa vrijednosti jednostavnih brojevnih izraza s potencijama te primjenjuje potencije za prikaz broja u znanstvenome zapisu.
Sadržaj: Potencije. Računske operacije s potencijama. Znanstveni zapis broja.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Za bazu potencija u primjerima i zadacima rabiti racionalne brojeve. Primjer zadatka: Zemlji najbliža zvijezda Proxima Centauri udaljena je od Sunca 4.3 svjetlosne godine. Koliko ta udaljenost iznosi u kilometrima? Rezultat zapišite u znanstvenome obliku i zaokružite na tri decimale. Napomena: Svjetlosna godina udaljenost je koju svjetlost prijeđe u godini dana. Brzina je svjetlosti približno $3 \cdot 10^8$ metara u sekundi, a godina ima 365 dana.		
MAT SŠ B.1.2. Računa s algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima.	Za zadani izraz računa konkretne vrijednosti, pojednostavnjuje izraz, primjenjuje formule za kvadrat i kub binoma, razliku kvadrata, zbroj i razliku kubova, faktorizira izraze. Krati, množi, dijeli i zbraja algebarske razlomke.	Zbraja, množi i rastavlja na faktore jednostavne algebarske izraze, kvadrira i kubira binome. Množi i dijeli algebarske razlomke.
Sadržaj: Algebarski izrazi i algebarski razlomci. Formule za kvadrat i kub binoma, razliku kvadrata, zbroj i razliku kubova. Rastav na faktore.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Pri računanju s algebarskim razlomcima ne treba inzistirati na složenim zadacima, već na razumijevanju i primjeni pravila. Primjer jednostavnih algebarskih razlomaka: $\frac{24a^2 - 6ab^2}{9a^2 - 4ab}, \frac{5x^2 - 18x}{xy + y^2}, \frac{4y}{6x - 26}, \frac{a}{2a - 4} - \frac{2}{a^2 - 2a}$		

MAT SŠ B.1.3. Primjenjuje proporcionalnost, postotke, linearne jednađbe i sustave linearnih jednađbi.	Primjenjuje postotni račun za obračun poreza, carine, promjene cijena, opise udjela i druge probleme iz života. Primjenjuje omjere, račun diobe i proporcionalnost u primjerima iz života. Rješava tekstualne zadatke iz matematike, drugih područja i života. Rješava linearne jednađbe i sustave linearnih jednađbi određujući postojanje rješenja. Izražava jednu veličinu s pomoću drugih primjenjujući svojstva jednakosti. Diskutira postojanje rješenja jednađbe ovisno o parametru. Rješava jednostavne linearne jednađbe s apsolutnom vrijednošću.	Rješava linearne jednađbe i sustave linearnih jednađbi te prepoznaje i obrazlaže nemoguće i neodređene linearne jednađbe i sustave linearnih jednađbi. U jednakosti izražava jednu veličinu s pomoću drugih.
Sadržaj: Linearne jednađbe. Jednađbe s parametrom. Proporcionalne veličine. Postotci. Problemi 1. stupnja. Sustav dviju linearnih jednađbi s dvjema nepoznicama. Jednađbe s apsolutnom vrijednošću.		
MAT SŠ B.1.4. Primjenjuje linearne nejednađbe.	Rješava linearne nejednađbe i sustave linearnih nejednađbi te rješenje zapisuje s pomoću intervala. Primjenjuje linearne nejednađbe u problemskim situacijama. Rješava jednostavne linearne nejednađbe s apsolutnom vrijednošću.	Rješava linearne nejednađbe zapisujući rješenje na različite načine.
Sadržaj: Linearne nejednađbe i sustavi linearnih nejednađbi s jednom nepoznicom. Linearne nejednađbe s apsolutnom vrijednošću.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer: Antropolozi i forenzičari klasificiraju lubanju koristeći se izrazom: $\frac{d + 40s}{d} = \frac{d - 40s}{d}$, u kojemu je d duljina lubanje, a s širina. a) Izrazite klasifikaciju kao jedan racionalni izraz. b) Ako je vrijednost racionalnog izraza (a) manja od 75, po klasifikaciji lubanja je dugačka. Srednja lubanja je između 75 i 80. Koristeći se racionalnim izrazom iz a), klasificirajte lubanju širine 5 inča i duljine 6 inča. c) Ovisi li vrijednost izraza o mjernim jedinicama u kojima je izražena duljina i širina lubanje? Zašto? d) Kolika je širina lubanje duge 16 cm ako je klasificirana kao srednja?		
MAT SŠ B.1.5. MAT SŠ D.1.1. Povezuje različite prikaze linearne funkcije.	Zadanu linearnu funkciju prikazuje tablično i grafički. Opisuje utjecaj koeficijenata na položaj grafa, definira i određuje nultočku. Iz grafa čita argumente i vrijednosti te određuje koeficijente i funkciju, iz zadanih elemenata (argumenta i vrijednosti, točke grafa, koeficijenta) određuje funkciju. Crta graf funkcije apsolutne vrijednosti.	Za zadanu linearnu funkciju računa vrijednosti funkcije, crta graf, određuje nultočku i interpretira koeficijente.
Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije. Graf funkcije apsolutno.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za istraživanje svojstava funkcija, crtanje grafova i provjeru rješenja rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate.		

MAT SŠ B.1.6. Primjenjuje linearnu funkciju pri rješavanju problema.	U problemskim situacijama prepoznaje linearnu ovisnost, zapisuje ju kao linearnu funkciju te primjenjuje za analizu problema. Analizira problem iz grafičkoga prikaza.	Iz zadanih podataka linearnu ovisnost zapisuje kao linearnu funkciju.
Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka otvorenoga tipa:		
		Osmislite zadatak koji je prikazan zadanim grafom. Napišite pitanja koja možete postaviti na osnovi podataka vidljivih s grafa, a povezano sa zadatkom. Odgovorite na ta pitanja.
MAT SŠ B.1.7. Prikazuje operacije sa skupovima i rješenja nejednadžbi s pomoću intervala.	Nejednakosti zapisuje s pomoću intervala i obratno te prikazuje na brojevnome pravcu. Primjenjuje i prikazuje podskup, uniju, presjek i razliku podskupova skupa realnih brojeva zapisujući ih matematičkim simbolima.	Prikazuje intervale na brojevnome pravcu i zapisuje simbolima i s pomoću nejednakosti. Određuje i prikazuje presjek i uniju skupova.
Sadržaj: Skupovi. Operacije sa skupovima. Brojevni pravac. Intervali.		
MAT SŠ C.1.1. Konstruira i analizira položaj karakterističnih točaka trokuta.	Definira i konstruira simetralu dužine, simetralu kuta, visinu, težišnicu te karakteristične točke trokuta. Uočava svojstva težišta. Analizira položaj karakterističnih točaka ovisno o vrsti trokuta. Otkriva formule za površinu trokuta sa zadanim polumjerom upisane i opisane kružnice. Prošireni sadržaj: Otkriva Eulerov pravac. Crtice iz povijesti – Euler.	Opisuje i konstruira simetralu dužine, težišnicu i težište trokuta te definira i konstruira središte trokutu opisane kružnice.
Sadržaj: Karakteristične točke trokuta. Površina trokuta. Prošireni sadržaj: Eulerov pravac.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Za konstrukcije, istraživanje svojstava i crtanje rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate. Ishod se može ostvariti seminarskim radom.		
MAT SŠ C.1.2. MAT SŠ D.1.2. Primjenjuje Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.	Izriče i ilustrira poučke o sukladnosti i sličnosti trokuta te Talesov poučak o proporcionalnosti dužina, primjenjuje ih u modeliranju problema. Određuje, obrazlaže i primjenjuje odnose površina, opsega i drugih veličina u sličnim trokutima. Primjenjuje Heronovu formulu pri računanju površine trokuta. Rješavajući primjere zadataka, upoznaje povijest matematike. Rješava probleme rabeći Euklidov poučak o pravokutnome trokutu.	Rješava jednostavne probleme rabeći Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.

	Dokazuje tvrdnje rabeći poučke o sukladnosti i sličnosti. Crtice iz povijesti – Tales, Euler, Heron, Pitagora.	
Sadržaj: Sukladnost trokuta. Talesov poučak o proporcionalnosti dužina. Sličnost trokuta. Primjene sukladnosti i sličnosti. Euklidov poučak o pravokutnome trokutu.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Za konstrukcije, istraživanje svojstava i crtanje rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate.		
MAT SŠ D.1.3. Primjenjuje trigonometrijske omjere.	Primjenjuje trigonometrijske omjere pri modeliranju problemskih situacija i za rješavanje problema u planimetriji (trokut, kvadrat, pravokutnik, paralelogram, romb, trapez, pravilni mnogokut, deltoid).	Primjenjuje trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih veličina u pravokutniku, jednakokračnome i jednakostraničnome trokutu.
Sadržaj: Trigonometrijski omjeri. Primjena trigonometrijskih omjera u planimetriji.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Za istraživanje i crtanje koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima. Ishod se može ostvariti seminarskim radom. Kao primjenu uvesti trigonometriju u navigaciji i mjeriteljstvu – kut azimut: kružno i kvadrantalno. Primjer zadatka: Avion je poletio brzinom od 215 km na sat u smjeru $65^{\circ} 24'$. U istome je trenutku iz iste zračne luke poletio drugi avion brzinom od 480 km na sat u smjeru $335^{\circ} 24'$. Odredite udaljenost aviona nakon dva sata leta.		
MAT SŠ E.1.1. Barata podacima prikazanima na različite načina.	Prikazuje podatke tablično, stupčastim dijagramom, histogramom, dijagramom stablo – list, linijskim dijagramom itd. Određuje srednje vrijednosti: mod, medijan, donji i gornji kvartil te standardnu devijaciju. Crta brkatu kutiju.	Prikuplja, organizira i grafički prikazuje podatke te određuje i interpretira srednje vrijednosti.
Sadržaj: Prikaz podataka. Mjere srednje vrijednosti.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Prikazivanje mjera dijagramom brkate kutije omogućuje lakšu interpretaciju tih mjera i lakšu usporedbu više skupova istovrsnih podataka. Primjer: Mjerenjem mase petnaest bjeloglavih supova dobiveni su sljedeći podatci o masama jedinki: 7.5, 7.8, 9.1, 9.3, 9.1, 8.2, 7.5, 7.5, 7.3, 8.2, 8.3, 8.8, 9.8, 7.3, 9.7. Odredite statističke parametre (aritmetičku sredinu, mod, medijan, donji i gornji kvartil, standardnu devijaciju). Objasnite značenje standardne devijacije na primjeru toga uzorka bjeloglavih supova.		
MAT SŠ A.1. Računa s realnim brojevima. IZBORNI ISHOD	Računa vrijednosti brojevnih izraza poštujući redoslijed računskih operacija. Procjenjuje, zaokružuje i računa u problemskim situacijama različitih razina složenosti. Računa aritmetičku sredinu statističkih podataka prikazanih na različite načine.	Računa vrijednost izraza s više računskih operacija i rješava jednostavne probleme uz procjenu rješenja.
Sadržaj: Skup realnih brojeva. Računske operacije u skupu realnih brojeva. Aritmetička sredina.		
MAT SŠ C.1. MAT SŠ D.1.	Prepoznaje, opisuje i rabi elemente vektora.	Opisuje vektor i odnose između dvaju vektora, crta vektore, određuje

Računa s vektorima. IZBORNI ISHOD	Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravnini i u koordinatnome sustavu, određuje duljinu vektora. Prikazuje vektor kao linearnu kombinaciju vektora. Prošireni sadržaj: Računa mjeru kuta između vektora.	koordinate vektora zadanoga točkama u koordinatnome sustavu i računa duljinu vektora.
Sadržaj: Vektori. Operacije s vektorima. Vektori u koordinatnome sustavu. Linearna kombinacija vektora. Prošireni sadržaj: Mjera kuta između vektora.		

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 2. razred – 140 sati godišnje

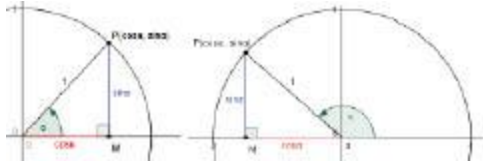


Slika 12. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u desetoj godini učenja, 140 sati godišnje

Matematika – na kraju 2. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.2.1. Računa s drugim i trećim korijenom.	Procjenjuje i računa vrijednost drugoga i trećega korijena služeći se džepnim računalom. Računa s izrazima s drugim i trećim korijenom poštujući redoslijed računskih operacija. Kvadrira binom s drugim i trećim korijenom. Djelomično korjenjuje izraz. Racionalizira nazivnik razlomka Prošireni sadržaj: Dokazuje da je $\sqrt{2}$ iracionalni broj.	Procjenjuje i računa približnu vrijednost drugoga i trećega korijena nenegativnoga broja, a drugi korijen negativnoga broja prikazuje s pomoću imaginarne jedinice.
Sadržaj: Drugi i treći korijen. Djelomično korjenovanje. Racionalizacija nazivnika. Imaginarna jedinica.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Računati vrijednost nenegativnoga korijena koristeći se džepnim računalom.		

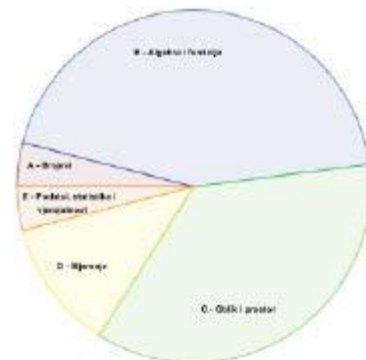
Uvodi se imaginarna jedinica $i^2 = -1$ i primjenjuje kao u primjeru $\sqrt{-16} = \sqrt{i^2 \cdot 16} = 4i$. Primjer izraza s drugim korijenom: $\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$, $\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})$, $(3 - 2\sqrt{2})^2$. Primjer izraza s trećim korijenom: $\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{15} - 3\sqrt[3]{3} + 4\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[3]{3}(2 - \sqrt[3]{5})$, $(3 - 2\sqrt[3]{4})^2$. Prošireni sadržaj: Racionalizirati nazivnik razlomka oblika $\frac{a + b\sqrt{c}}{\sqrt{d}}$, $a, b, c, d \in \mathbb{N}$.		
MAT SŠ B.2.1. Rješava i primjenjuje kvadratnu jednadžbu.	Bira metodu i rješava kvadratne jednadžbe s realnim koeficijentima. Rješava jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu. Faktorizira trinom. Modelira problemsku situaciju te određuje rješenja. Korelacija s Fizikom, Informatikom i strukovnim predmetima.	Učinkovito rješava kvadratnu jednadžbu i provjerava rješenja.
Sadržaj: Kvadratna jednadžba. Jednadžbe koje se svode na kvadratnu.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu: bikvadratne jednadžbe, sustavi koji se svode na kvadratnu jednadžbu, jednostavne jednadžbe s algebarskim razlomcima i iracionalne jednadžbe oblika $\sqrt{ax + b} = cx + d$. Primjer: Riješite jednadžbu $\frac{3x^2 - 4x + 7}{x - 2} = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.		
MAT SŠ A.2.2. MAT SŠ B.2.2. Primjenjuje diskriminantu kvadratne jednadžbe i Viëteove formule.	Određuje diskriminantu kvadratne jednadžbe. Argumentira prirodu rješenja. Primjenjuje Viëteove formule i diskriminantu u složenijim zadacima određivanja koeficijenata.	Argumentira prirodu rješenja kvadratne jednadžbe.
Sadržaj: Diskriminanta kvadratne jednadžbe. Viëteove formule.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Zadovoljavajuća razina: Ne rješavajući jednadžbu $x^2 - 5x + 6 = 0$, komentiraj prirodu rješenja. Dobra razina: Za koje vrijednosti realnoga parametra m, jednadžba $x^2 - mx + 6 = 0$ ima realna rješenja? Primjenjuje Viëteove formule. Primjer: Bez određivanja rješenja kvadratne jednadžbe odredite: $4x^2 - 3x + 2 = 0$ a) $x_1^2 + x_2^2$ b) jednadžbu čija su rješenja recipročne vrijednosti rješenja zadane jednadžbe. Primjena diskriminante u složenijim zadacima: Za koje vrijednosti realnoga parametra m, jednadžba $m(x + 1)^2 = x(m - 1)$ nema realna rješenja?		
MAT SŠ B.2.3. Analizira funkciju.	Računa funkcijsku vrijednost zadane funkcije uvrštavanjem broja. Računski određuje domenu jednostavnih racionalnih i iracionalnih funkcija. Određuje sliku funkcije za linearnu i kvadratnu funkciju. Prepoznaje bijekciju između skupova prikazanih Vennovim dijagramima.	Računa funkcijsku vrijednost polinomne, racionalne i iracionalne funkcije te objašnjava pojam funkcije.
Sadržaj: Pojam funkcije. Domena, kodomena i slika funkcije. Bijekcija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima. Bijekciju definirati i prepoznati na primjerima skupova prikazanih Vennovim dijagramima.		

Sliku funkcije odrediti računski samo za linearne i kvadratne funkcije. Racionalne funkcije u brojniku i nazivniku imaju polinom maksimalno drugoga stupnja. Iracionalne funkcije pod korijenom imaju polinom maksimalno drugoga stupnja.		
MAT SŠ B.2.4. MAT SŠ C.2.1. Analizira grafički prikaz funkcije.	Grafički prikazuje funkcije: $f(x) = \frac{1}{x}$ $f(x) = \sqrt{x}$. Na grafu funkcije određuje domen, kodomen, sliku funkcije i objašnjava bijekciju. Skicira inverznu funkciju.	Grafički prikazuje funkcije te na grafičkome prikazu određuje domen, kodomen i sliku funkcije.
Sadržaj: Pojam funkcije. Grafički prikaz funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Grafički prikazati funkciju $f(x) = \frac{1}{x}$ i $f(x) = \sqrt{x}$, određujući funkcijsku vrijednost za neke vrijednosti varijable x. Inverznu funkciju skicirati preslikavajući funkciju preko pravca $y = x$. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.		
MAT SŠ B.2.5. MAT SŠ C.2.2. Primjenjuje kvadratnu funkciju.	Određuje nultočke, sjecište s ordinatom, tjeme, os simetrije, tijek funkcije. Grafički prikazuje kvadratnu funkciju. Očitava točke s grafa funkcije. Objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećemu koeficijentu. Određuje funkcije iz grafa. Rješava kvadratne nejednadžbe.	Grafički prikazuje kvadratnu funkciju i objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećemu koeficijentu.
Sadržaj: Kvadratna funkcija. Grafički prikaz kvadratne funkcije. Tjeme i nultočke. Kvadratne nejednadžbe.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima. Za koeficijente kvadratne funkcije u primjerima i zadacima koristiti racionalne brojeve. Grafički prikazati funkciju oblika $f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$ translacijom i funkciju oblika $f(x) = ax^2 + bx + c$ metodom pet točaka (nultočke, tjeme, sjecište s ordinatom, preslikavanje sjecišta s ordinatom preko osi simetrije). Problemska situacija uključuje probleme s ekstremima te određivanje sjecišta kvadratne i linearne funkcije. Primjer: Praćenjem prodaje nekoga proizvoda ustanovljeno je da se prodaja može opisati kvadratnom funkcijom $f(x) = -\frac{2}{25}x^2 + 12x - 180$, gdje je x cijena proizvoda, a $f(x)$ broj prodanih komada proizvoda po cijeni x. Koliko će proizvoda trgovac prodati ako je cijena 30 kuna? Koliko će pritom trgovac zaraditi? Za koju je cijenu prodaja toga proizvoda isplativa? Kolika mora biti cijena ako trgovac želi prodati više od 45 komada toga proizvoda? Za koju će cijenu prodaja toga proizvoda biti maksimalna? Koliko će pritom trgovac zaraditi? Isplati li se taj proizvod prodavati po cijeni od 15 kuna?		
MAT SŠ C.2.3. MAT SŠ D.2.1. Primjenjuje znanja o krugu i kružnici.	Primjenjuje poučak o obodnome i središnjemu kutu pri dokazu Talesova poučka. Konstruira tangentu na kružnicu. S pomoću proporcionalnosti izvodi formule za duljinu kružnoga luka, površinu kružnoga isječka i površinu kružnoga odsječka.	Opisuje elemente kružnice i kruga, prikazuje ih u ravnini i konstruira tangentu na kružnicu.

	Povezuje duljinu kružnoga luka s radijanskom mjerom kuta.	
Sadržaj: Kružnica i krug. Kružni luk, kružni isječak i odsječak. Poučak o obodnome i središnjemu kutu. Radijanska mjera kuta.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Otkrivati i obrazložiti formule.		
MAT SŠ C.2.4. MAT SŠ D.2.2. Primjenjuje poučak o sinusima i poučak o kosinusu.	Povezuje trigonometrijske omjere u pravokutnome trokutu s koordinatama točke na kružnici. Primjenjuje poučak o sinusima, uočava mogućnost i nalazi dva rješenja. Primjenjuje poučak o kosinusu. Računa površinu proizvoljnoga trokuta. Primjenjuje poučke u planimetriji i problemskim zadacima. Prošireni sadržaji: Primjenjuje poučke u stereometriji.	Primjenjuje odgovarajući poučak za računanje elemenata trokuta i argumentira svoj izbor.
Sadržaj: Poučak o sinusima. Poučak o kosinusu. Primjena u planimetriji. Prošireni sadržaji: Primjena u stereometriji.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Vrijednosti sinusa i kosinusa za kutove od 90° do 180° uvode se na sljedeći način:		
		
Izostaviti zadatke u kojima se primjenjuju adicijske formule.		
MAT SŠ C.2.5. MAT SŠ D.2.3. Analizira položaj pravaca i ravnina u prostoru i računa udaljenost.	Razlikuje točku, pravac, ravninu te analizira i objašnjava međusobne položaje. Određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta. Računa udaljenosti točaka do pravaca i ravnina te udaljenost pravaca i ravnina.	Objašnjava međusobne položaje točaka, pravaca i ravnina te određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta.
Sadržaj: Geometrija prostora. Ortogonalna projekcija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ovaj ishod treba obraditi nakon poučka o sinusima. Koristiti se modelima, mrežama ili skicama geometrijskih tijela. Pri određivanju udaljenosti primijeniti ranije stečena znanja (Pitagorin poučak, trigonometrijski omjeri...).		
MAT SŠ C.2.6. MAT SŠ D.2.4. Računa volumen i oplošje geometrijskih tijela.	Prepoznaje i opisuje uspravnu prizmu, piramidu, valjak, stožac i kuglu. Računa elemente (duljine bridova, volumen, oplošje, polumjer baze...) prizme, valjka, piramide, stošca, kugle te rotacijskih tijela. Prošireni sadržaj:	Opisuje prizmu, piramidu, valjak, stožac i kuglu te računa volumen i oplošje prizme, valjka i kugle rabeći zadane elemente i obratno.

	Prepoznaje i opisuje Arhimedova tijela i Platonova tijela. Računa elemente krnjih tijela.	
Sadržaj: Geometrijska tijela. Oplošje i volumen uspravnih geometrijskih tijela. Rotacijska tijela. Prošireni sadržaj: Arhimedova tijela. Platonova tijela. Krnja tijela.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Otkrivati formule za volumen prelijevajući vodu (ili presipavajući rižu, pijesak...) iz šuplje piramide/stošca u šuplju prizmu/valjak sukladnih baza i jednake visine. Izvesti dokaz da je omjer volumena piramide i prizme jednakih visina i površina osnovica jednak 1 : 3.		
MAT SŠ E.2.1. Primjenjuje vjerojatnost.	Opisuje siguran i nemoguć događaj. Rabi algebru događaja (unija, presjek, komplement) za određivanje vjerojatnosti. Određuje geometrijsku vjerojatnost.	Određuje skup svih povoljnih i mogućih događaja te primjenjuje klasičnu definiciju vjerojatnosti.
Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost događaja. Klasična definicija vjerojatnosti. Geometrijska vjerojatnost.		
MAT SŠ A.2. Računa i interpretira računske operacije s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini. IZBORNI ISHOD	Prikazuje kompleksni broj u algebarskome obliku i u Gaussovoj ravnini. Zbraja, oduzima, množi i dijeli kompleksne brojeve. Određuje i prikazuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja. Interpretira geometrijsko značenje zbroja, razlike ili modula razlike dvaju kompleksnih brojeva.	Prikazuje kompleksni broj u algebarskome obliku i u Gaussovoj ravnini. Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve Uočava vezu modula kompleksnoga broja i konjugirano kompleksnoga broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.
Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Računske operacije s kompleksnim brojevima. Gaussova ravnina.		

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 3. razred – 140 sati godišnje



Slika 13 Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u jedanaestoj godini učenja, 140 sati godišnje

Matematika – na kraju 3. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost

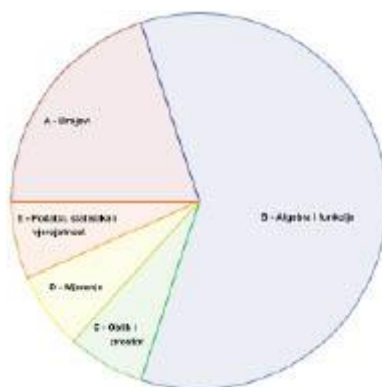
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.3.1. MAT SŠ B.3.1. Računa s potencijama racionalnoga eksponenta.	Prelazi iz prikaza potencije racionalnoga eksponenta u prikaz korijenom i obratno. Računa vrijednost korijena i potencija racionalnoga eksponenta koristeći se džepnim računalom ili bez njega. Računa s potencijama racionalnoga eksponenta.	Računa vrijednost potencija racionalnoga eksponenta.
Sadržaj: Pojam korijena. Potencije racionalnoga eksponenta.		
MAT SŠ B.3.2. MAT SŠ C.3.1. Analizira eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	Određuje domen, kodomen, sliku, rast i pad, inverznu funkciju eksponencijalne i logaritamske funkcije i crta graf funkcija $f(x) = a^x$, $f(x) = a^x + c$, $f(x) = a^{x+c}$, $f(x) = b \cdot a^x$, $f(x) = \log_a x$, $f(x) = \log_a x + c$, $f(x) = \log_a(x + c)$.	Grafički prikazuje logaritamsku i eksponencijalnu funkciju.
Sadržaj: Eksponencijalna i logaritamska funkcija. Svojstva i graf eksponencijalne i logaritamske funkcije. Prošireni sadržaj: Prirodni logaritam.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Učenik otkriva osnovna svojstva funkcija iz njihovih grafova. Uočava »inverznu« vezu između eksponencijalne i logaritamske funkcije koristeći pravac $y = x$.		
MAT SŠ B.3.3. MAT SŠ C.3.2. Primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost. Prošireni sadržaj: Crte iz povijesti – Briggsove i Napierove logaritamske tablice. Korelacija s Kemijom, Biologijom i strukovnim predmetima.	U problemu opisanome eksponencijalnom i logaritamskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.
Sadržaj: Primjena eksponencijalne i logaritamske funkcije. Prošireni sadržaj: Briggsove i Napierove logaritamske tablice.		
MAT SŠ B.3.4. Modelira eksponencijalnom i logaritamskom jednadžbom i nejednadžbom.	Navodi i primjenjuje svojstva potencija i logaritama, računa vrijednosti logaritamskih izraza, prelazi iz logaritamskoga u eksponencijalni oblik i obratno. Rješava jednostavne eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe. Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost.	Rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe izravnom primjenom definicije.
Sadržaj: Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.		

MAT SŠ B.3.5. MAT SŠ C.3.3. Primjenjuje svojstva trigonometrijskih funkcija.	Definira trigonometrijske funkcije broja na brojevnoj kružnici, otkriva svojstva i rabi ih za računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristi se džepnim računalom. Prošireni sadržaj: Primjenjuje trigonometrijske identitete. Crtice iz povijesti – podrijetlo imena trigonometrijskih funkcija. Korelacija s Fizikom i strukovnim predmetima.	Iskazuje definicije trigonometrijskih funkcija i uočava njihova svojstva.
Sadržaj: Brojeva kružnica. Definicija trigonometrijskih funkcija. Svojstva trigonometrijskih funkcija. Prošireni sadržaj: Trigonometrijski identiteti.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Važno je da učenici otkriju i usvoje vezu koordinata točaka na brojevnoj kružnici i trigonometrijskih funkcija ($\sin x$ i $\cos x$), odnosno koordinata točaka na osi tangensa s $\tan x$, osi kotangensa s $\cot x$. Također je važno otkrivanje svojstava kao što su parnost/neparnost i periodičnost te njihova primjena pri računanju vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristiti se džepnim računalom. Upozoriti na mjere koje se rabe pri računanju (stupnjevi, radijani).		
MAT SŠ B.3.6. MAT SŠ C.3.4. Analizira graf trigonometrijske funkcije.	Prepoznaje i opisuje grafove osnovnih trigonometrijskih funkcija. Grafički prikazuje trigonometrijske funkcije $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \tan x$, $f(x) = \cot x$, $f(x) = A \sin(bx + c) + d$, $f(x) = A \cos(bx + c) + d$. Korelacija s Fizikom i strukovnim predmetima.	Određuje svojstva trigonometrijskih funkcija: $f(x) = A \sin(bx)$, $f(x) = A \cos(bx)$.
Sadržaj: Grafički prikaz trigonometrijskih funkcija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Moguće je učenicima zadati manji seminarski rad crtanja grafova trigonometrijskih funkcija (od početka rabeći brojevu kružnicu, prenoseći vrijednosti na graf) ili onih kojima se mijenjaju amplitude, periodi i pomaci. Koristeći se programom dinamične geometrije pri izradi toga seminarskog rada, mnogo jednostavnije uočavaju promjene. No za razvoj grafomotoričkih vještina dobro je zadati da učenici to rade i prostoručno. Svakako ih treba upozoriti na važnost odabira odgovarajućega mjerila pri crtanju grafova.		
MAT SŠ B.3.7. MAT SŠ C.3.5. Primjenjuje trigonometrijske funkcije.	Analizira probleme opisane trigonometrijskom funkcijom i primjenjuje trigonometrijske funkcije za modeliranje.	U problemu opisanome trigonometrijskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.
Sadržaj: Primjena trigonometrijskih funkcija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Primjer problema opisanoga trigonometrijskom funkcijom: Duljina dana opisana je formulom: $D(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{240} \cdot (t - 79)\right) + 12$, pri čemu je t dan u godini ($t = 0$ je 1. siječnja). Konstanta K određena je geografskom širinom mjesta. a) Kolika je duljina dana 22. 2. u Dubrovniku ($K = 6$)? b) Koji dan u veljači traje 11 sati?		

c) Koji je dan najkraći, a koji najdulji? d) Od kojega je dana u veljači dan dulji od 10 sati?		
MAT SŠ B.3.8. Primjenjuje trigonometrijske jednačbe i nejednačbe.	Trigonometrijske jednačbe i nejednačbe rješava grafički ili na brojevnoj kružnici.	Rješava trigonometrijske jednačbe: $Asin(bx + c) + d = 0,$ $Acos(bx + c) + d = 0,$ $Atg(bx + c) + d = 0,$ $Actg(bx + c) + d = 0,$ i nejednačbe: primjerice $sinx < a, cosx \leq a,$ $tgx > a, ctgx \geq 0,$ $Asin(bx + c) + d \geq 0,$ $Acos(bx + c) + d < 0,$ $Atg(bx + c) + d \geq 0.$
Sadržaj: Trigonometrijske jednačbe i nejednačbe.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer primjene trigonometrijske jednačbe i nejednačbe: U nekome mjestu na moru određenoga dana plima je u ponoć i podne, a oseka u 6 i 18 sati. Razina mora, u odnosu na uobičajenu, za vrijeme plime je 5.11 m, a za vrijeme oseke -0.17. Odredite: a) Koja će razina mora biti u 10 sati? b) U koliko će sati poslijepodne razina mora biti 0? c) U kojemu će vremenu razina mora biti veća od 4 metra?		
MAT SŠ C.3.6. MAT SŠ D.3.1. Primjenjuje račun s vektorima.	Prepoznaje, opisuje i rabi elemente vektora. Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravnini i u koordinatnome sustavu. Određuje duljinu vektora, računa skalarni umnožak vektora i primjenjuje ga za uvjet okomitosti vektora. Primjenjuje svojstva vektora u problemskim zadacima. Rastavlja vektore koristeći se linearnom kombinacijom vektora (računski ili grafički).	Opisuje vektor, crta vektore u ravnini i u koordinatnome sustavu. Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) prikazanim na razne načine.
Sadržaj: Pojam vektora. Računske operacije s vektorima. Duljina vektora. Skalarni umnožak vektora. Okomiti vektori. Linearna kombinacija vektora.		
MAT SŠ B.3.9. MAT SŠ C.3.7. MAT SŠ D.3.2. Primjenjuje jednačbu pravca.	Prepoznaje, opisuje i crta pravac u koordinatnome sustavu iz njegove jednačbe i izvodi jednačbu pravca iz grafičkoga prikaza ili zadanih parametara. Računa mjeru kuta pravca s pozitivnim dijelom apscise i povezuje ga s koeficijentom smjera. Crta i određuje pravce paralelne s koordinatnim osima. Računa udaljenost točke od pravca i mjeru kuta između pravaca. Prošireni sadržaj: Primjenjuje pravac regresije. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	Grafički prikazuje pravac iz različitih oblika jednačbe te interpretira koeficijente u jednačbi pravca.
Sadržaj: Jednačba pravca. Kut između pravaca. Udaljenost točke od pravca. Prošireni sadržaj: Pravac regresije.		

MAT SŠ B.3.10. MAT SŠ C.3.8. MAT SŠ D.3.3. Primjenjuje jednađžu kružnice.	Prepoznaje jednađžu kružnice i iz nje pronalazi duljinu polumjera i koordinate središta kružnice i obratno. Iz grafičkoga prikaza pronalazi jednađžu kružnice. Određuje grafički ili računski jednađžu kružnice u posebnome položaju (dodiruje jednu ili obje koordinatne osi) ili koncentrične kružnice. Iz općega oblika jednađže kružnice prelazi u kanonski oblik i obratno. Ispituje međusobni položaj kružnice i pravca. Prošireni sadržaj: Određuje tangentu na kružnicu.	Iz jednađže kružnice i grafičkoga prikaza određuje elemente kružnice, i obratno, iz zadanih uvjeta određuje jednađžu kružnice.
Sadržaj: Jednađža kružnice. Pravac i kružnica. Prošireni sadržaji: Tangenta na kružnicu.		
MAT SŠ B.3.11. MAT SŠ C.3.9. Primjenjuje jednađže elipse, hiperbole i parabole.	Prepoznaje jednađžu elipse, hiperbole i parabole i iz nje pronalazi nepoznate elemente krivulje i obratno. Iz grafičkoga prikaza ili zadanih uvjeta pronalazi jednađžu elipse, hiperbole i parabole. Prošireni sadržaji: Konstruira elipsu, hiperbolu i parabolu. Crtice iz povijesti – čunjosječnice.	Opisuje elipsu, hiperbolu i parabolu te iz zadanih uvjeta određuje jednađžu elipse, hiperbole i parabole.
Sadržaj: Jednađža elipse, hiperbole i parabole. Prošireni sadržaji: Konstrukcija elipse, hiperbole i parabole.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Primjer primjene svojstava elipse: Prvi umjetni satelit u orbiti Zemlje bio je Sputnik I. Njegova najveća udaljenost od Zemlje bila je 1080 km, a najmanja 245 km. Uz pretpostavku da je središte Zemlje fokus eliptične orbite satelita, odredite numerički ekscentricitet.		
MAT SŠ E.3.1. Odabire strategiju i rješava problem rabeći kombinatoriku.	Prepoznaje i opisuje osnovne principe prebrojavanja, permutacije, kombinacije i varijacije. Objašnjava, računa i daje primjer permutacija, kombinacija i varijacija. Ilustrira i rješava problem rabeći kombinatoriku.	Rješava probleme rabeći kombinacije i varijacije bez ponavljanja i permutacije.
Sadržaj: Kombinatorika. Osnovni princip prebrojavanja. Permutacije, kombinacije i varijacije.		

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 4. razred – 128 sati godišnje



Slika 14. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikula u dvanaestoj godini učenja, 128 sati godišnje

Matematika – na kraju 4. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podaci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.4.1. Analizira skup realnih brojeva.	Razlikuje i opisuje prirodne, cijele, racionalne, iracionalne i realne brojeve. Uočava i obrazlaže potrebu proširenja skupova brojeva. Navodi i obrazlaže svojstva računskih operacija zbrajanja i množenja. Prošireni sadržaj: Dokazuje da je korijen iz prostoga broja iracionalni broj.	Razlikuje prirodne, cijele, racionalne i iracionalne brojeve te odgovarajuće skupove brojeva. Navodi i obrazlaže svojstva računskih operacija s realnim brojevima.
Sadržaj: Realni brojevi		
MAT SŠ A.4.2. MAT SŠ B.4.1. Dokazuje tvrdnje matematičkom indukcijom.	Razlikuje induktivni i deduktivni način zaključivanja. Matematičke tvrdnje (jednakosti, djeljivost) dokazuje matematičkom indukcijom. Prošireni sadržaj: Primjenjuje binomnu formulu.	Opisuje postupak i nabraja korake matematičke indukcije te dokazuje jednostavne jednakosti.
Sadržaj: Matematička indukcija. Prošireni sadržaj: Binomna formula		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:		
Dobra razina: Dokazite $1 + 2 + 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}, \forall n \in \mathbb{N}_0$. Vrlo dobra razina: Dokazite $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{n^2+2n+2} = \frac{n}{2(n+2)}, \forall n \in \mathbb{N}_0$. Iznimna razina: Dokazite $3 5^n + 2^{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}_0$.		
MAT SŠ A.4.3. Računa s kompleksnim brojevima.	Uočava potrebu proširenja skupova brojeva ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$) skupom kompleksnih brojeva. Zapisuje kompleksni broj u algebarskome i trigonometrijskome obliku. Zbraja, oduzima, množi, potencira i korjenjuje kompleksne brojeve u odgovarajućem obliku, po potrebi primjenjujući De Moivreovu formulu.	Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve u algebarskome obliku te prikazuje kompleksni broj u trigonometrijskome obliku.

Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Računske operacije s kompleksnim brojevima. Trigonometrijski oblik kompleksnoga broja. De Moivreova formula.		
MAT SŠ A.4.4. MAT SŠ C.4.1. Interpretira računske operacije s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini.	Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini, određuje i prikazuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja. Rješenja jednadžbi i nejednadžbi grafički prikazuje u Gaussovoj ravnini. Interpretira geometrijsko značenje zbroja, razlike ili modula razlike dvaju kompleksnih brojeva. Rješenja jednadžbe, primjerice $z^5 = 2$, prikazuje u Gaussovoj ravnini.	Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini. Uočava vezu modula kompleksnoga broja i konjugirano kompleksnoga broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.
Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Gaussova ravnina.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Jednostavne jednadžbe i nejednadžbe: $Re(z) = 2$, $Im(z) < 3$, $ z = 2$, $ z \geq 3$.		
MAT SŠ B.4.2. Primjenjuje aritmetički i geometrijski niz i red.	Opisuje aritmetički i geometrijski niz i geometrijski red, zapisuje opći član niza, povezuje s aritmetičkom i geometrijskom sredinom. Računa zbroj prvih n članova niza, računa zbroj geometrijskoga reda. Rješava probleme iz svakodnevnoga života primjenom aritmetičkoga i geometrijskoga niza i geometrijskoga reda, osobito složeni kamatni račun.	Razlikuje aritmetički i geometrijski niz te određuje član niza zadanoga rekursivno ili općim članom.
Sadržaj: Aritmetički i geometrijski niz. Opći član i zbroj prvih n članova niza. Geometrijski red. Složeni kamatni račun.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka složenoga kamatnog računa: Jedna je obitelj odlučila štedjeti u banci koja nudi 3.5 % godišnju kamatu. Dogovorili su se da će na početku svake godine na račun stavljati 4000 kn i da uštedevinu neće podizati. Koliko će iznositi njihova uštedjevina nakon 10 godina? Koliko bi vremena trebali štedjeti ako žele uštedjeti 100 000 kn?		
MAT SŠ B.4.3. Računa limes niza.	Opisuje pojam limesa, uočava rast ili pad članova niza i postojanje granice, tj. konvergentnost ili divergentnost. Prošireni sadržaj: Primjenjuje neprekidno ukamaćivanje.	Opisuje pojam monotonosti i omeđenosti niza te pojam limesa niza.
Sadržaj: Monotonost i omeđenost niza. Limes niza. Prošireni sadržaj: Neprekidno ukamaćivanje.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ispisivanjem članova niza i smještanjem na brojevni pravac (po mogućnosti koristeći se programom dinamične geometrije) uočavati postojanje limesa niza tako što su nakon nekoga člana svi članovi unutar intervala, a konačno mnogo ih je izvan. Jednostavni niz: $\frac{1}{n}, \frac{1}{2n}, \frac{1}{3n+2}, \frac{1}{n^2}$		
MAT SŠ B.4.4. Analizira svojstva funkcija.	Nabraja elementarne funkcije i navodi njihova svojstva (domenu, kodomenu, sliku, rast/pad,	Određuje svojstva funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafom.

	parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost) funkcije, asimptote. Svojstva funkcija objašnjava na grafu funkcije. Određuje svojstva funkcije zadane različitim zapisima.	
Sadržaj: Svojstva funkcija (domena, kodomena, slika, rast/pad, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost). Graf funkcije.		
MAT SŠ B.4.5. Tumači značenje limesa funkcije u točki.	Opisuje i grafom prikazuje funkciju koja je neprekidna odnosno koja nije, objašnjava pojam limesa funkcije. Određuje limes funkcije.	Određuje limes jednostavne funkcije te navodi primjere neprekidnih funkcija i onih koje nisu neprekidne.
Sadržaj: Limes funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Određuje limese funkcija, primjerice $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-2}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} a^x$.		
MAT SŠ B.4.6. Povezuje definiciju derivacije funkcije u točki s problemom tangente i brzine.	Grafički prikazuje i objašnjava problem tangente, označava prirast varijable i prirast funkcije, povezuje s pojmom limesa. Objašnjava vezu derivacije i trenutne brzine (prijelaz iz prosječne u trenutnu). Iskazuje definiciju derivacije funkcije u točki. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	Prikazuje vezu prirasta varijable i prirasta funkcije s derivacijom funkcije u točki.
Sadržaj: Problem tangente i brzine. Definicija derivacije funkcije.		
MAT SŠ B.4.7. Primjenjuje derivaciju funkcije u problemskim zadacima.	Izvodi derivaciju po definiciji, navodi pravila deriviranja zbroya, umnoška i kvocijenta. Određuje derivaciju složene funkcije. Određuje tangentu na graf funkcije. Rješava problemske zadatke koristeći se derivacijom.	Računa derivacije jednostavnih funkcija primjenjujući pravila.
Sadržaj: Derivacija funkcije. Pravila deriviranja. Derivacija složene funkcije. Primjena derivacija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka: Voda istječe iz bazena. Volumen vode nakon t minuta iznosi $V = 200(50 - t)^2 \text{ m}^3$. Odredite: a) prosječnu brzinu istjecanja vode u prvih 5 minuta b) trenutnu brzinu istjecanja vode u $t = 5$ minuta.		
MAT SŠ B.4.8. Povezuje derivaciju funkcije i crtanje grafa funkcije.	Određuje domen, nultočke, stacionarne točke, intervale pada i rasta funkcije, ekstreme, konveksnost/konkavnost, asimptote. Određuje tijek funkcije i crta graf.	Skicira graf funkcije temeljem svojstava određenih s pomoću derivacije funkcije.
Sadržaj: Svojstva funkcije (domena, kodomena, nultočke, pad/rast, ekstremi, zakrivljenost). Asimptote. Tijek funkcije. Primjena derivacije funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Istraživanjem veze predznaka derivacije i rasta/pada funkcije programom dinamične geometrije uočiti kada će u stacionarnoj točki funkcija imati lokalni ekstrem.		

MAT SŠ E.4.1. Argumentirano računa vjerojatnost.	Povezuje i prikazuje presjek, uniju i suprotni događaj s pomoću skupova i operacija te s pomoću Vennovih dijagrama. Crtu vjerojatnosno stablo. Opisuje i računa vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju (simultani i uzastopni). Razlikuje zavisne i nezavisne događaje, računa uvjetnu vjerojatnost. Prošireni sadržaj: Određuje hipoteze, primjenjuje formulu potpune vjerojatnosti i Bayesovu formulu. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	Računa vjerojatnost jednostavnih događaja prikazanih s pomoću skupovnih operacija i vjerojatnosnoga stabla. Računa vjerojatnost simultanih događaja.
Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost. Vjerojatnosno stablo. Vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju. Zavisni i nezavisni događaji. Uvjetna vjerojatnost. Prošireni sadržaj: Formula potpune vjerojatnosti i Bayesova formula.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Provoditi jednostavne pokuse, primjerice bacanje kocke ili novčića. Uniju, presjek, razliku i komplement događaja ilustrirati Vennovim dijagramom. Povezati De Morganove zakone sa sadržajima predmeta Logika. Računati uvjetne vjerojatnosti i vjerojatnost umnoška događaja. Koristiti se vjerojatnosnim stablom. Primjer zadatka: U vrećici je 8 bijelih i 6 crvenih kuglica. Izvlačimo jednu kuglicu, vratimo je i izvlačimo drugu.		
MAT SŠ B.4. MAT SŠ D.4. Primjenjuje računanje površine ispod grafa funkcije. IZBORNI ISHOD	Računa neodređeni integral rabeći osnovna svojstva i tablicu neodređenih integrala. Izračunava površinu ispod grafa jednostavnih funkcija rabeći Newton-Leibnizovu formulu i tablicu neodređenih integrala.	Računa površinu ispod grafa funkcije u jednostavnim situacijama.
Sadržaj: Neodređeni integral. Određeni integral. Newton-Leibnizova formula. Površina ispod grafa funkcije.		

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 1. razred – 175 sati godišnje



Slika 15. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u devetoj godini učenja, 175 sati godišnje

Matematika – na kraju 1. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.1.1. MAT SŠ B.1.1. Primjenjuje potencije s cjelobrojnim eksponentima.	Računa vrijednosti brojevnih izraza s potencijama poštujući redoslijed računskih operacija. Navodi i objašnjava pravila za zbrajanje, množenje, dijeljenje i potenciranje potencija, primjenjuje ih za pojednostavnjivanje izraza te povezuje s problemima iz drugih područja i života. Zaokružuje na značajne znamenke. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	Računa vrijednosti jednostavnih brojevnih izraza s potencijama te primjenjuje potencije za prikaz broja u znanstvenome zapisu.
Sadržaj: Potencije. Računske operacije s potencijama. Znanstveni zapis broja.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Primjer zadatka: Zemlji najbliža zvijezda Proxima Centauri udaljena je od Sunca 4.3 svjetlosne godine. Koliko iznosi ta udaljenost u kilometrima? Rezultat zapišite u znanstvenome obliku i zaokružite na tri decimale. Napomena: Svjetlosna godina udaljenost je koju svjetlost prijeđe u godini dana. Brzina je svjetlosti približno $3 \cdot 10^8$ metara u sekundi, a godina ima 365 dana.		
MAT SŠ B.1.2. Računa s algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima.	Za zadani izraz računa konkretne vrijednosti, pojednostavnjuje izraz, primjenjuje formule za kvadrat i kub binoma, razliku kvadrata, zbroj i razliku kubova, faktorizira izraze. Krati, množi, dijeli i zbraja algebarske razlomke.	Zbraja, množi i rastavlja na faktore jednostavne algebarske izraze, kvadrira i kubira binome. Množi i dijeli algebarske razlomke.
Sadržaj: Algebarski izrazi i algebarski razlomci. Formule za kvadrat i kub binoma, razliku kvadrata, zbroj i razliku kubova. Rastav na faktore.		
MAT SŠ B.1.3. Primjenjuje proporcionalnost, postotke, linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi.	Primjenjuje postotni račun za obračun poreza, carine, promjene cijena, opise udjela i druge probleme iz života. Primjenjuje omjere, račun diobe i proporcionalnost u primjerima iz života. Rješava tekstualne zadatke iz matematike, drugih područja i života. Rješava linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi određujući postojanje rješenja.	Rješava linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi te prepoznaje i obrazlaže nemoguće i neodređene linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi. U jednakosti izražava jednu veličinu s pomoću drugih.

	Izražava jednu veličinu s pomoću drugih primjenjujući svojstva jednakosti. Diskutira postojanje rješenja jednadžbe ovisno o parametru. Rješava jednostavne linearne jednadžbe s apsolutnom vrijednošću.	
Sadržaj: Linearne jednadžbe. Jednadžbe s parametrom. Proporcionalne veličine. Postoci. Problemi 1. stupnja. Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama. Jednadžbe s apsolutnom vrijednošću.		
MAT SŠ B.1.4. Primjenjuje diofantske jednadžbe.	Rješava homogene i linearne diofantske jednadžbe. Rješava nelinearnu diofantsku jednadžbu odgovarajućom metodom (umnoška, kvocijenta, parnosti...). Probleme iz matematike i stvarnoga konteksta zapisuje i rješava diofantskim jednadžbama.	Rješava linearne diofantske jednadžbe.
Sadržaj: Diofantske jednadžbe.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka: Odredite koeficijente pojedinih kemijskih tvari koje sudjeluju u reakciji: $x Ba(OH)_2 + y H_3PO_4 \rightarrow z Ba_3(PO_4)_2 + w H_2O.$		
MAT SŠ B.1.5. Primjenjuje linearne nejednadžbe.	Rješava linearne nejednadžbe i sustave linearnih nejednadžbi te rješenje zapisuje s pomoću intervala. Primjenjuje linearne nejednadžbe u problemskim situacijama. Rješava jednostavne linearne nejednadžbe s apsolutnom vrijednošću.	Rješava linearne nejednadžbe zapisujući rješenje na različite načine.
Sadržaj: Linearne nejednadžbe i sustavi linearnih nejednadžbi s jednom nepoznicom. Linearne nejednadžbe s apsolutnom vrijednošću.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer: Antropolozi i forenzičari klasificiraju lubanju koristeći se izrazom: $\frac{d+80}{a} = \frac{d-40}{a}$, u kojemu je d duljina lubanje, a š širina. a) Izrazite klasifikaciju kao jedan racionalni izraz. b) Ako je vrijednost racionalnoga izraza (a) manja od 75, po klasifikaciji lubanja je dugačka. Srednja lubanja je između 75 i 80. Koristeći se racionalnim izrazom iz a), klasificirajte lubanju širine 5 inča i duljine 6 inča. c) Ovisi li vrijednost izraza o mjernim jedinicama u kojima je izražena duljina i širina lubanje? Zašto? d) Kolika je širina lubanje duge 16 cm ako je klasificirana kao srednja?		
MAT SŠ B.1.6 MAT SŠ D.1.1 Povezuje različite prikaze linearne funkcije.	Zadanu linearnu funkciju prikazuje tablično i grafički. Opisuje utjecaj koeficijenata na položaj grafa, definira i određuje nultočku. Iz grafa čita argumente i vrijednosti te određuje koeficijente i funkciju, iz zadanih elemenata (argumenta i vrijednosti, točke grafa, koeficijenta) određuje funkciju. Crta graf funkcije apsolutne vrijednosti.	Za zadanu linearnu funkciju računa vrijednosti funkcije, crta graf, određuje nultočku i interpretira koeficijente.
Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije. Graf funkcije apsolutno.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:		

Za istraživanje svojstava funkcija, crtanje grafova i provjeru rješenja rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate.

MAT SŠ B.1.7
Primjenjuje linearnu funkciju pri rješavanju problema.

U problemskim situacijama prepoznaje linearnu ovisnost, zapisuje ju kao linearnu funkciju te primjenjuje za analizu problema.
Analizira problem iz grafičkoga prikaza.

Iz zadanih podataka linearnu ovisnost zapisuje kao linearnu funkciju.

Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:
Primjer zadatka otvorenoga tipa:



Osmislite zadatak koji je prikazan zadanim grafom. Napišite pitanja koja možete postaviti na osnovi podataka vidljivih iz grafa, a povezano sa zadatkom. Odgovorite na ta pitanja.

MAT SŠ B.1.8.
Prikazuje operacije sa skupovima i rješenja nejednadžbi s pomoću intervala.

Nejednakosti zapisuje s pomoću intervala i obratno te prikazuje na brojevnome pravcu.
Primjenjuje i prikazuje podskup, uniju, presjek i razliku podskupova skupa realnih brojeva zapisujući ih matematičkim simbolima.

Prikazuje intervale na brojevnome pravcu i zapisuje simbolima i s pomoću nejednakosti.
Određuje i prikazuje presjek i uniju skupova.

Sadržaj: Skupovi. Operacije sa skupovima. Brojevni pravac. Intervali.

MAT SŠ C.1.1.
Konstruira i analizira položaj karakterističnih točaka trokuta.

Definira i konstruira simetralu dužine, simetralu kuta, visinu i težišnicu te karakteristične točke trokuta.
Uočava svojstva težišta.
Analizira položaj karakterističnih točaka ovisno o vrsti trokuta.
Otkriva formule za površinu trokuta sa zadanim polumjerom upisane i opisane kružnice.
Prošireni sadržaj:
Otkriva Eulerov pravac.
Crtice iz povijesti – Euler.

Opisuje i konstruira simetralu dužine, težišnicu i težište trokuta te definira i konstruira središte trokuta opisane kružnice.

Sadržaj: Karakteristične točke trokuta. Površina trokuta.
Prošireni sadržaj: Eulerov pravac.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:
Za konstrukcije, istraživanje svojstava i crtanje rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate. Ishod se može ostvariti seminarskim radom.

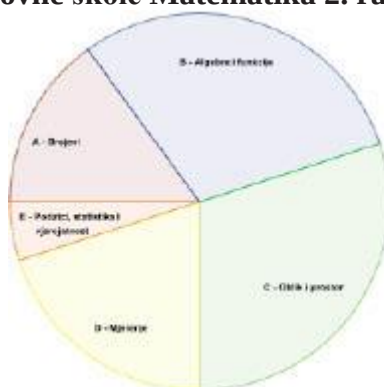
MAT SŠ C.1.2.
MAT SŠ D.1.2.
Primjenjuje Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.

Izriče i ilustrira poučke o sukladnosti i sličnosti trokuta te Talesov poučak o proporcionalnosti dužina, primjenjuje ih u modeliranju problema.
Određuje, obrazlaže i primjenjuje odnose površina, opsega i drugih veličina u sličnim trokutima.
Primjenjuje Heronovu formulu pri računanju površine trokuta.
Rješavajući primjere zadataka, upoznaje povijest matematike.

Rješava jednostavne probleme rabeći Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.

	Rješava probleme rabeći Euklidov poučak o pravokutnome trokutu. Dokazuje tvrdnje rabeći poučke o sukladnosti i sličnosti. Crtice iz povijesti – Tales, Euler, Heron, Pitagora.	
Sadržaj: Sukladnost trokuta. Talesov poučak o proporcionalnosti dužina. Sličnost trokuta. Primjene sukladnosti i sličnosti. Euklidov poučak o pravokutnome trokutu.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za konstrukcije, istraživanje svojstava i crtanje rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate.		
MAT SŠ D.1.3. Primjenjuje trigonometrijske omjere.	Primjenjuje trigonometrijske omjere pri modeliranju problemskih situacija i za rješavanje problema u planimetriji (trokut, kvadrat, pravokutnik, paralelogram, romb, trapez, mnogokut, deltoid).	Primjenjuje trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih veličina u pravokutniku, jednakokračnome i jednakostraničnome trokutu.
Sadržaj: Trigonometrijski omjeri. Primjena trigonometrijskih omjera u planimetriji.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za istraživanje i crtanje rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate. Ishod se može ostvariti seminarskim radom. Kao primjenu uvesti trigonometriju u navigaciji i mjeriteljstvu – kut azimut: kružno i kvadrantalno. Primjer zadatka: Avion je poletio brzinom od 215 km na sat u smjeru $65^{\circ} 24'$. U istome je trenutku iz iste zračne luke poletio drugi avion brzinom od 480 km na sat u smjeru $335^{\circ} 24'$. Odredite udaljenost aviona nakon dva sata leta.		
MAT SŠ E.1.1. Barata podacima prikazanima na različite načine.	Prikazuje podatke tablično, stupčastim dijagramom, histogramom, dijagramom stablo – list, linijskim dijagramom itd. Određuje srednje vrijednosti: mod, medijan, donji i gornji kvartil te standardnu devijaciju. Crta brkatu kutiju.	Prikuplja, organizira i grafički prikazuje podatke te određuje i interpretira srednje vrijednosti.
Sadržaj: Prikaz podataka. Mjere srednje vrijednosti.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Prikazivanje mjera dijagramom brkate kutije omogućuje lakšu interpretaciju tih mjera i lakšu usporedbu više skupova istovrsnih podataka. Primjer: Mjerenjem mase petnaest bjeloglavih supova dobiveni su sljedeći podatci o masama jedinki: 7.5, 7.8, 9.1, 9.3, 9.1, 8.2, 7.5, 7.5, 7.3, 8.2, 8.3, 8.8, 9.8, 7.3, 9.7. Odredite statističke parametre (aritmetičku sredinu, mod, medijan, donji i gornji kvartil, standardnu devijaciju). Objasnite značenje standardne devijacije na primjeru toga uzorka bjeloglavih supova. Prikažite statističke parametre toga uzorka dijagramom brkate kutije.		
MAT SŠ E.1.2. Primjenjuje normalnu razdiobu.	Crta krivulju normalne razdiobe, opisuje razdiobu podataka ispod krivulje, rješava probleme s normalnom razdiobom.	Opisuje i grafički prikazuje normalnu razdiobu. Rješava zadatak uz zadanu aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju.
Sadržaj: Krivulja normalne razdiobe.		

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 2. razred – 175 sati godišnje



Slika 16. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u desetoj godini učenja, 175 sati godišnje

Matematika – na kraju 2. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.2.1. Računa s drugim i trećim korijenom.	Procjenjuje i računa približnu vrijednost drugoga i trećega korijena služeći se džepnim računalom. Računa s izrazima s drugim i trećim korijenom poštujući redoslijed računskih operacija. Kvadrira i kubira binom s drugim i trećim korijenom. Djelomično korjenjuje izraz. Racionalizira nazivnik razlomka. Dokazuje da je $\sqrt{2}$ iracionalni broj.	Procjenjuje i računa približnu vrijednost drugoga i trećega korijena nenegativnoga broja, a drugi korijen negativnoga broja prikazuje pomoću imaginarne jedinice.
Sadržaj: Drugi i treći korijen. Djelomično korjenovanje. Racionalizacija nazivnika. Imaginarna jedinica.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Računati vrijednost nenegativnoga korijena služeći se džepnim računalom. Uvodi se imaginarna jedinica $i^2 = -1$ i primjenjuje se kao u primjeru $\sqrt{-16} = \sqrt{i^2 \cdot 16} = 4i$. Primjer racionalizacije nazivnika: a) s drugim korijenima $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{2}}$, b) s trećim korijenom: $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$.		
MAT SŠ A.2.2. MAT SŠ B.2.1. Primjenjuje matrice i determinante.	Opisuje matricu te navodi primjere matrica, uključujući nulmatricu, jediničnu matricu, kvadratnu matricu, gornjotrokutastu i donjotrokutastu matricu. Sustav linearnih jednadžbi rješava Cramerovom metodom. Utvrđuje i objašnjava postojanje rješenja sustava linearnih jednadžbi. Prošireni sadržaj: Primjenjuje Gauss-Jordanovu metodu eliminacije.	Zbraja i množi matrice te množi matricu realnim brojem. Računa determinantu matrice drugoga i trećeg reda.

Sadržaj. Matrice i determinante. Primjena na sustave linearnih jednadžbi. Prošireni sadržaj: Gauss-Jordanova metoda eliminacije.		
MAT SŠ B.2.2. Rješava i primjenjuje kvadratnu jednadžbu.	Bira metodu i rješava kvadratne jednadžbe s realnim ili općim koeficijentima. Rješava kvadratne jednadžbe s općim koeficijentima. Faktorizira trinom. Rješava jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu. Modelira problemsku situaciju te određuje rješenja. Korelacija s Fizikom, Informatikom i strukovnim predmetima.	Učinkovito rješava kvadratnu jednadžbu i provjerava rješenja.
Sadržaj: Kvadratna jednadžba. Jednadžbe koje se svode na kvadratnu.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Rješavati kvadratnu jednadžbu s općim koeficijentima. Primjer: Riješite jednadžbu $x^2(b + 3a)x + 3a^2 - 2b^2 + 3ab = 0$. Jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu su bikvadratne jednadžbe, sustavi koji se svode na kvadratnu jednadžbu, jednadžbe s algebarskim razlomcima i iracionalne jednadžbe oblika $\sqrt{ax + b} = cx + d$.		
MAT SŠ A.2.3. MAT SŠ B.2.3. Primjenjuje diskriminantu kvadratne jednadžbe i Vièteove formule.	Određuje diskriminantu kvadratne jednadžbe. Argumentira prirodu rješenja kvadratne jednadžbe. Primjenjuje Vièteove formule. Prošireni sadržaj: Crtice iz povijesti – Viète	Argumentira prirodu rješenja kvadratne jednadžbe.
Sadržaj: Diskriminanta kvadratne jednadžbe. Vièteove formule.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Zadovoljavajuća razina: Ne rješavajući jednadžbu $x^2 5x + 6 = 0$, komentirajte prirodu rješenja. Dobra razina: Za koje vrijednosti realnoga parametra m jednadžba $x^2 mx + 6 = 0$ ima realna rješenja? Primijeniti Vièteove formule. Primjer: Bez određivanja rješenja kvadratne jednadžbe $4x^2 - 3x + 2 = 0$ odredite: a) $x_1^2 + x_2^2$ b) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ c) jednadžbu čija su rješenja recipročne vrijednosti rješenja zadane jednadžbe d) koliki bi trebao biti linearni koeficijent da bi rješenja bila suprotnoga predznaka? Primjena diskriminante u složenijim zadacima: Za koje vrijednosti realnoga parametra m jednadžba $m(x + 1)^2 = x(m - 1)$ nema realna rješenja?		
MAT SŠ B.2.4. Analizira funkciju.	Računa funkcijsku vrijednost zadane funkcije uvrštavanjem broja ili algebarskoga izraza. Određuje funkciju iz zadane funkcijske vrijednosti algebarskoga izraza. Određuje kompoziciju funkcija. Računski određuje domen racionalnih i iracionalnih funkcija. Određuje sliku funkcije za linearnu i kvadratnu funkciju. Daje primjere bijekcija.	Računa funkcijsku vrijednost polinomne, racionalne i iracionalne funkcije te objašnjava pojam funkcije. Određuje kompoziciju funkcije.

Sadržaj: Pojam funkcije. Domena, kodomena i slika funkcije. Kompozicija funkcija. Bijekcija.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Odrediti funkcijsku vrijednost funkcije uvrštavanjem bročanoga ili algebarskoga izraza. Odrediti kompoziciju funkcija.

Primjer: Odredite

$$(f \circ g)(x), (g \circ f)(x) \text{ i } (f \circ g \circ f)(x), \text{ ako je } f(x) = x^2 - x + 3 \text{ i } g(x) = x + 2.$$

Odrediti funkciju iz zadane funkcijske vrijednosti algebarskoga izraza.

Primjer: Odredite $f(x)$ ako je $f(x+1) = x^2 + 3x - 1$.

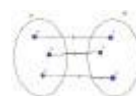
Definirati bijekciju i dati primjer koristeći se Vennovim dijagramima.

Sliku funkcije određivati računski samo za linearne i kvadratne funkcije.

Racionalne funkcije u brojniku i nazivniku imaju polinom maksimalno drugoga stupnja.

Iracionalne funkcije pod korijenom imaju polinom maksimalno drugoga stupnja.

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.



MAT SŠ B.2.5.

MAT SŠ C.2.1.

Analizira grafički prikaz funkcije.

Grafički prikazuje funkcije: $f(x) = \frac{1}{x}$ i $f(x) = \sqrt{x}$.

Na danome grafu funkcije određuje domenu, kodomenu, sliku funkcije te utvrđuje i objašnjava bijektivnost. Skicira graf inverzne funkcije.

Grafički prikazuje funkcije te na grafičkome prikazu određuje domenu, kodomenu i sliku funkcije.

Sadržaj: Pojam funkcije. Grafički prikaz funkcije. Graf inverzne funkcije.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Grafički prikazati funkciju $f(x) = \frac{1}{x}$ i $f(x) = \sqrt{x}$ određujući funkcijsku vrijednost za neke vrijednosti varijable x .

Graf inverzne funkcije skicirati preslikavajući funkciju preko pravca $y = x$.

Na grafu kvadratne funkcije zahtijevati od učenika da odrede domenu, sliku funkciju te je li funkcija injektivna, surjektivna ili bijektivna.

MAT SŠ B.2.6.

MAT SŠ C.2.2.

Primjenjuje kvadratnu funkciju.

Određuje nultočke, sjecište s ordinatom, tjeme parabole, os simetrije, tijek funkcije. Određuje funkcije iz grafa. Grafički prikazuje kvadratnu funkciju. Očitava točke s grafa funkcije. Objašnjava oblik grafa kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećemu koeficijentu. Rješava kvadratne i racionalne nejednadžbe.

Grafički prikazuje kvadratnu funkciju i objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećemu koeficijentu.

Sadržaj: Kvadratna funkcija. Grafički prikaz kvadratne funkcije. Tjeme i nultočke. Kvadratne i iracionalne nejednadžbe.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.

Grafički prikazati funkciju oblika $f(x) = a(x - x_T)^2 + y_T$ translacijom i funkciju oblika $f(x) = ax^2 + bx + c$ metodom pet točaka (nultočke, tjeme parabole, sjecište s ordinatom, preslikavanje sjecišta s ordinatom preko osi simetrije).

Problemska situacija uključuje probleme s ekstremima te određivanje sjecišta kvadratne i linearne funkcije.

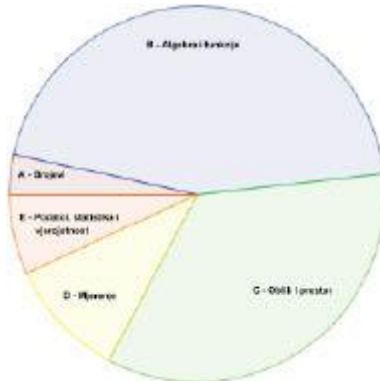
Primjer: Praćenjem prodaje nekoga proizvoda ustanovljeno je da se prodaja može opisati kvadratnom funkcijom $f(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 12x - 180$, gdje je x cijena proizvoda, a $f(x)$ broj prodanih komada proizvoda po cijeni x .

Koliko će proizvoda trgovac prodati ako je cijena 30 kuna? Koliko će pritom trgovac zaraditi?
 Za koju je cijenu prodaja toga proizvoda isplativa?
 Kolika mora biti cijena ako trgovac želi prodati više od 45 komada toga proizvoda?
 Za koju će cijenu prodaja toga proizvoda biti maksimalna? Koliko će pritom trgovac zaraditi?
 Isplati li se taj proizvod prodavati po cijeni od 15 kuna?
 Primjer racionalne nejednadžbe: $\frac{x-2}{x+8} > 0$, $\frac{x-2}{x^2-2x+4} \leq 0$.

MAT SŠ C.2.3. MAT SŠ D.2.1. Primjenjuje znanja o krugu i kružnici.	Opisuje elemente kružnice i kruga te ih prikazuje u ravnini. Konstruira tangentu na kružnicu. Primjenjuje poučak o obodnome i središnjemu kutu pri dokazu Talesova poučka. S pomoću proporcionalnosti izvodi formule za duljinu kružnoga luka, površinu kružnoga isječka i površinu kružnoga odsječka. Povezuje duljinu kružnoga luka s radijanskom mjerom kuta.	Iz zadanih elemenata računa elemente kružnice i kruga te konstruira tangentu na kružnicu.
Sadržaj: Kružnica i krug. Kružni luk, kružni isječek i odsječak. Poučak o obodnom i središnjem kutu. Radijanska mjera kuta.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Otkrivati, obrazlagati i dokazivati formule.		
MAT SŠ C.2.4. MAT SŠ D.2.2. Primjenjuje poučak o sinusima i poučak o kosinusu.	Povezuje trigonometrijske omjere u pravokutnome trokutu s koordinatama točke na kružnici. Primjenjuje poučak o sinusima, uočava mogućnost i nalazi dva rješenja. Primjenjuje poučak o kosinusu. Računa površinu trokuta. Primjenjuje poučke u planimetriji, stereometriji i problemskim zadacima.	Primjenjuje poučak o sinusima i poučak o kosinusu u planimetriji.
Sadržaj: Poučak o sinusima. Poučak o kosinusu. Primjena u planimetriji.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Vrijednosti sinusa i kosinusa za kutove od 90° do 180° uvode se na sljedeći način: Primjer zadatka za zadovoljavajuću razinu: Odredite nepoznate stranice i kutove trokuta te površinu trokuta ako je $a = 5$ cm, $b = 8.2$ cm, $\gamma = 57^\circ$. Izostaviti zadatke u kojima se primjenjuju adicijske formule.		
MAT SŠ C.2.5. MAT SŠ D.2.3. Analizira položaj pravaca i ravnina u prostoru, računa udaljenost i mjeru kuta.	Razlikuje točku, pravac, ravninu te analizira i objašnjava međusobne položaje. Određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta. Računa udaljenosti točaka do pravaca i ravnina te udaljenost pravaca i ravnina. Računa mjeru kuta između dvaju pravca, pravca i ravnine, dviju ravnina.	Objašnjava međusobne položaje točaka, pravaca i ravnina te određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta.

Sadržaj: Geometrija prostora. Ortogonalna projekcija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se modelima, mrežama ili skicama geometrijskih tijela. Pri određivanju udaljenosti koristiti se dosad stečenim znanjima (Pitagorin poučak, trigonometrijski omjeri...). Ovaj ishod treba obraditi nakon poučka o sinusima i poučka o kosinusu.		
MAT SŠ C.2.6. MAT SŠ D.2.4. Računa volumen i oplošje geometrijskih tijela.	Prepoznaje, opisuje i skicira prizmu, piramidu, valjak, stožac i kuglu. Računa elemente (duljine bridova, volumen, oplošje, polumjer baze...) uspravnih i krnjih prizmi, valjaka, piramida, stožaca te kugle i rotacijskih tijela. Prošireni sadržaj: Prepoznaje i opisuje Arhimedova tijela i Platonova tijela. Računa elemente krnjih tijela.	Računa volumen i oplošje prizme, piramide, valjka, stošca, kugle i dijelova kugle rabeći zadane elemente i obratno.
Sadržaj: Geometrijska tijela. Oplošje i volumen uspravnih i krnjih geometrijskih tijela. Rotacijska tijela. Prošireni sadržaj: Arhimedova tijela. Platonova tijela. Kosa tijela.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Otkrivati formule za volumen prelijevajući vodu (ili presipavajući rižu, pijesak...) iz šuplje piramide/stošca u šuplju prizmu/valjak sukladnih baza i jednake visine. Izvesti dokaz da je omjer volumena piramide i prizme jednakih visina i površina osnovica jednak 1 : 3.		
MAT SŠ E.2.1. Primjenjuje vjerojatnost.	Opisuje siguran i nemoguć događaj. Rabi algebru događaja (unija, presjek, komplement) za određivanje vjerojatnosti. Određuje geometrijsku vjerojatnost.	Određuje skup svih povoljnih i mogućih događaja te primjenjuje klasičnu definiciju vjerojatnosti.
Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost događaja. Klasična definicija vjerojatnosti. Geometrijska vjerojatnost.		

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 3. razred – 175 sati godišnje



Slika 17. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikula u jedanaestoj godini učenja, 175 sati godišnje

Matematika – na kraju 3. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.3.1. MAT SŠ B.3.1. Primjenjuje pravila za računanje s potencijama racionalnoga eksponenta.	Prelazi iz prikaza potencije racionalnoga eksponenta u prikaz korijenom i obratno. Računa približne vrijednosti korijena i potencija racionalnoga eksponenta koristeći se džepnim računalom ili bez njega. Računa s potencijama racionalnoga eksponenta.	Računa vrijednost brojevnoga izraza primjenjujući pravila za računanje s potencijama.
Sadržaj: Korijeni. Potencije racionalnoga eksponenta.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Primjer problema opisanoga potencijom racionalnoga eksponenta: Životinje u divljini imaju područja ograničena njihovim kretanjem, nazivamo ih njihovim teritorijalnim područjima. Teritorijalno područje, u kvadratnim miljama, povezano je s tjelesnom masom životinje. Ako je masa neke životinje T funti, teritorijalno područje zauzima $T^{1.41}$ kvadratnih milja. a) Kako možemo interpretirati informaciju danu ovim algebarskim izrazom? b) Odredite teritorijalno područje životinje mase 25, 50, 150, 200 i 300 funti. c) Na kakvu promjenu ukazuju vrijednosti veze između tjelesne mase i teritorijalnoga područja životinje? d) Koliko je teritorijalno područje, izraženo u km^2 , medvjeda mase 400 kg? e) Kolika je masa životinje čije je teritorijalno područje 25 km^2 ?		
MAT SŠ B.3.2. MAT SŠ C.3.1. Analizira eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	Određuje domen, kodomen, sliku, rast i pad, inverznu funkciju eksponencijalne i logaritamske funkcije i crta graf funkcija $f(x) = a^x$, $f(x) = a^x + c$, $f(x) = a^{x+c}$, $f(x) = b \cdot a^x$, $f(x) = \log_a x$, $f(x) = \log_a x + c$, $f(x) = \log_a(x + c)$. Primjenjuje prirodni logaritam. Prošireni sadržaj: Crte iz povijesti – Euler, Napier.	Grafički prikazuje logaritamsku i eksponencijalnu funkciju. Povezuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju određujući inverznu funkciju.
Sadržaj: Eksponencijalna i logaritamska funkcija. Svojstva i graf eksponencijalne i logaritamske funkcije. Prirodni logaritam.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Otkrivati osnovna svojstva funkcija putem njihovih grafova. Uočavati inverznu vezu između eksponencijalne i logaritamske funkcije koristeći se pravcem $y = x$.		
MAT SŠ B.3.3. MAT SŠ C.3.2. Primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost. Prošireni sadržaj: Crte iz povijesti – Briggsove i Napierove logaritamske tablice Korelacija s Kemijom, Biologijom i strukovnim predmetima.	U problemu opisanome eksponencijalnom i logaritamskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.
Sadržaj: Primjena eksponencijalne i logaritamske funkcije.		

MAT SŠ B.3.4. Modelira eksponencijalnom i logaritamskom jednađbom i nejednađbom.	Navodi i primjenjuje svojstva potencija i logaritama, računa vrijednosti logaritamskih izraza, prelazi iz logaritamskoga u eksponencijalni oblik i obratno. Rješava jednostavne eksponencijalne i logaritamske jednađbe i nejednađbe. Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost.	Rješava eksponencijalne i logaritamske jednađbe i nejednađbe izravnom primjenom definicije.
Sadržaj: Eksponencijalne i logaritamske jednađbe i nejednađbe.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.		
MAT SŠ B.3.5. MAT SŠ C.3.3. Primjenjuje svojstva trigonometrijskih funkcija.	Definira trigonometrijske funkcije broja na brojevnoj kružnici, otkriva svojstva i rabi ih za računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristi se džepnim računalom. Prošireni sadržaj: Crtice iz povijesti – podrijetlo imena trigonometrijskih funkcija. Korelacija s Fizikom i strukovnim predmetima.	Iskazuje definicije trigonometrijskih funkcija i uočava njihova svojstva.
Sadržaj: Brojeva kružnica. Definicija trigonometrijskih funkcija. Svojstva trigonometrijskih funkcija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Važno je da učenici otkriju i usvoje vezu koordinata točaka na brojevnoj kružnici i trigonometrijskih funkcija ($\sin x$ i $\cos x$), odnosno koordinata točaka na osi tangensa s $\tan x$, osi kotangensa s $\cot x$. Također je važno otkrivanje svojstava kao što su parnost/neparnost i periodičnost te njihova primjena pri računanju vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristiti se džepnim računalom. Upozoriti na mjere koje se rabe pri računanju (stupnjevi, radijani).		
MAT SŠ B.3.6. Primjenjuje trigonometrijske identitete.	Računa, koristeći osnovni trigonometrijski identitet, vrijednosti ostalih trigonometrijskih funkcija. Primjenjuje i povezuje osnovne trigonometrijske identitete, adicijske poučke, trigonometrijske funkcije dvostrukoga broja. Dokazuje trigonometrijske tvrdnje primjenom trigonometrijskih identiteta. Prošireni sadržaj: Primjenjuje formule za trigonometrijske funkcije polovičnoga broja.	Koristi se trigonometrijskim identitetima pri rješavanju jednostavnih problema.
Sadržaj: Trigonometrijski identiteti, adicijski poučki, trigonometrijske funkcije dvostrukoga broja. Prošireni sadržaj: Trigonometrijske funkcije polovičnoga broja.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: U ovome je ishodu bitno da usvojene veze između trigonometrijskih funkcija, kao identitete, upotrebljavaju pri računanju i dokazivanju trigonometrijskih tvrdnji.		

Osnovni trigonometrijski identiteti:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1, \frac{\sin x}{\cos x} = \operatorname{tg} x.$$

Treba povezati Pitagorin poučak s osnovnim trigonometrijskim identitetima.

Jednostavni problem: Izračunajte $\sin x$, ako je $\cos x = -\frac{4}{5}, x \in (-\frac{\pi}{2}, -\pi)$.

MAT SŠ B.3.7. MAT SŠ C.3.4. Analizira graf trigonometrijske funkcije.	Prepoznaje i opisuje grafove osnovnih trigonometrijskih funkcija. Grafički prikazuje trigonometrijske funkcije $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x,$ $f(x) = \operatorname{tg} x, f(x) = \operatorname{ctg} x$ $f(x) = \operatorname{Asin}(bx + c) + d,$ $f(x) = \operatorname{Acos}(bx + c) + d,$ $f(x) = \operatorname{Atg}(bx),$ $f(x) = \operatorname{Actg}(bx).$ Korelacija s Fizikom i strukovnim predmetima.	Skicira grafove i određuje svojstva trigonometrijskih funkcija: $f(x) = \operatorname{Asin}(bx),$ $f(x) = \operatorname{Acos}(bx),$ $f(x) = \operatorname{Atg}(bx),$ $f(x) = \operatorname{Actg}(bx).$
--	--	---

Sadržaj: Grafički prikaz trigonometrijskih funkcija.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.

Moguće je učenicima zadati manji seminarski rad crtanja grafova trigonometrijskih funkcija (od početka rabeći brojevnomu kružnicu, prenoseći vrijednosti na graf) ili onih kojima se mijenjaju amplitude, periodi i pomaci. Koristeći se programom dinamične geometrije pri izradi toga seminarskog rada, mnogo jednostavnije uočavaju promjene.

No za razvoj grafomotoričkih vještina dobro je zadati da učenici to rade i prostoručno. Svakako ih treba upozoriti na važnost odabira odgovarajućega mjerila pri crtanju grafova.

MAT SŠ B.3.8. MAT SŠ C.3.5. Primjenjuje trigonometrijske funkcije.	Analizira probleme opisane trigonometrijskom funkcijom i primjenjuje trigonometrijske funkcije za modeliranje.	U problemu opisanome trigonometrijskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.
---	---	---

Sadržaj: Primjena trigonometrijskih funkcija.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.

Primjer problema opisanoga trigonometrijskom funkcijom: Duljina dana opisana je formulom:

$$D(t) = \frac{K}{2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{365} \cdot (t - 79)\right) + 12,$$

pri čemu je t dan u godini ($t = 0$ je 1. siječnja). Konstanta K određena je geografskom širinom mjesta.

a) Kolika je duljina dana 22. 2. u Dubrovniku ($K = 6$)?

b) Koji dan u veljači traje 11 sati?

c) Koji je dan najkraći, a koji najdulji?

d) Od kojega je dana u veljači dan dulji od 10 sati?

MAT SŠ B.3.9. Primjenjuje trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe.	Trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe rješava grafički ili na brojevnoj kružnici.	Rješava trigonometrijske jednadžbe: $\operatorname{Asin}(bx + c) + d = 0,$ $\operatorname{Acos}(bx + c) + d = 0,$ $\operatorname{Atg}(bx + c) + d = 0,$ $\operatorname{Actg}(bx + c) + d = 0$ i nejednadžbe: primjerice $\sin x < a, \cos x \leq a,$ $\operatorname{tg} x > a, \operatorname{ctg} x \geq 0,$ $\operatorname{Asin}(bx + c) + d \geq 0,$ $\operatorname{Acos}(bx + c) + d < 0,$ $\operatorname{Atg}(bx + c) + d \geq 0.$
--	---	---

Sadržaj: Trigonometrijske jednačbe i nejednačbe.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.

Primjer primjene trigonometrijske jednačbe i nejednačbe: U nekome mjestu na moru određenoga dana plima je u ponoć i podne, a oseka u 6 i 18 sati. Razina mora, u odnosu na uobičajenu, za vrijeme plime je 5.11 m, a za vrijeme oseke -0.17. Odredite

a) Koja će razina mora biti u 10 sati?

b) U koliko će sati poslijepodne razina mora biti 0?

c) U kojemu će vremenu razina mora biti veća od 4 metra?

MAT SŠ C.3.6.

MAT SŠ D.3.1.

Primjenjuje račun s vektorima.

Prepoznaje, opisuje i rabi elemente vektora.

Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravnini i u koordinatnome sustavu.

Određuje duljinu vektora, računa skalarni umnožak vektora i primjenjuje ga za uvjet okomitosti vektora.

Dijeli dužinu u zadanome omjeru.

Primjenjuje svojstva vektora u problemskim zadacima.

Rastavlja vektore koristeći se linearnom kombinacijom vektora (računski ili grafički).

Opisuje vektor, crta vektore u ravnini i u koordinatnome sustavu.

Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) prikazanim na razne načine.

Sadržaj: Pojam vektora. Računske operacije s vektorima. Duljina vektora. Skalarni umnožak vektora. Okomiti vektori. Linearna kombinacija vektora.

MAT SŠ C.3.7.

MAT SŠ B.3.10.

MAT SŠ D.3.2.

MAT SŠ E.3.1.

Primjenjuje jednačbu pravca.

Prepoznaje, opisuje i crta pravac u koordinatnome sustavu iz njegove jednačbe i izvodi jednačbu pravca iz grafičkoga prikaza ili zadanih parametara.

Računa mjeru kuta pravca s pozitivnim dijelom apscise i povezuje s koeficijentom smjera.

Crta i određuje pravce paralelne s koordinatnim osima.

Računa udaljenost točke od pravca i mjeru kuta između pravaca.

Određuje vektor normale pravca, simetralu para pravaca.

Modeliranje: Interpretira podatke s pomoću pravca regresije. Razlikuje/uočava linearni trend danih podataka.

Dane podatke opisuje linearnom vezom, po mogućnosti uz uporabu tehnologije.

Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.

Grafički prikazuje pravac iz različitih oblika jednačbe te interpretira koeficijente u jednačbi pravca.

Udaljenost točke od pravca i mjeru kuta između dvaju pravaca primjenjuje u geometrijskim zadacima.

Sadržaj: Jednačba pravca. Kut između pravaca. Udaljenost točke od pravca. Vektor normale pravca. Simetrala para pravaca. Pravac regresije.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Primjer (pravac regresije): Deset učenika bilo je upitano koliko su se sati pripremali za ispit iz matematike. Njihovi odgovori na to pitanje uspoređeni su s bodovima koje su dobili na ispitu (max 100).

x (h)	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75
y (bod)	57	64	59	60	74	76	79	83	85	86

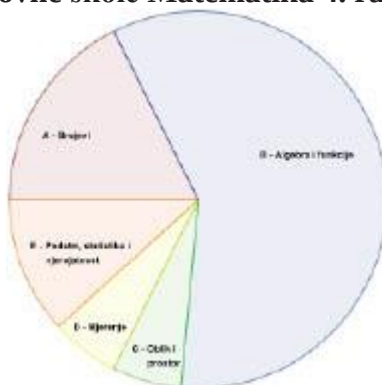
- a) Nacrtajte zadane podatke u koordinatnome sustavu i pravac regresije.
b) Ako se neki učenik pripremao 0.25 h, koji je njegov najvjerojatniji rezultat na ispitu?
c) Koliko se sati učenik trebao pripremati da bi ostvario maksimum na ispitu?

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.

MAT SŠ B.3.11. MAT SŠ C.3.8. MAT SŠ D.3.3. Primjenjuje jednadžbu kružnice.	Prepoznaje jednadžbu kružnice i iz nje pronalazi duljinu polumjera i koordinate središta kružnice i obratno. Iz grafičkoga prikaza pronalazi jednadžbu kružnice. Određuje grafički ili računski jednadžbu kružnice u posebnome položaju (dodiruje jednu ili obje koordinatne osi) ili koncentrične kružnice. Iz općega oblika jednadžbe kružnice izvodi središte i polumjer kružnice. Ispituje međusobni položaj dviju kružnica.	Iz jednadžbe kružnice i grafičkoga prikaza određuje elemente kružnice, i obratno. Određuje sjecišta dviju kružnica i uvjete dodira.
Sadržaj: Jednadžba kružnice.		
MAT SŠ B.3.12. MAT SŠ C.3.9. Primjenjuje jednadžbu tangente kružnice.	Nabraja i opisuje odnose pravca i kružnice. Određuje grafički i računski presjek pravca i kružnice. Izvodi uvjet dodira pravca i kružnice. Određuje jednadžbu tangente na kružnicu iz točke kružnice i izvan kružnice. Određuje jednadžbu normale. Određuje zajedničke tangente dviju kružnica.	Određuje grafički i računski presjek pravca i kružnice te određuje jednadžbu tangente i normale kružnice.
Sadržaji: Međusobni položaj pravca i kružnice. Tangenta i normala na kružnicu.		
MAT SŠ B.3.13. MAT SŠ C.3.10. Primjenjuje jednadžbe elipse, hiperbole i parabole.	Prepoznaje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole i iz nje pronalazi nepoznate elemente krivulje i obratno. Iz grafičkoga prikaza ili zadanih uvjeta pronalazi jednadžbu elipse, hiperbole i parabole. Prošireni sadržaji: Crtice iz povijesti – čunjosječnice.	Opisuje elipsu, hiperbolu i parabolu te iz zadanih uvjeta određuje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole.
Sadržaj: Jednadžba elipse, hiperbole i parabole.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Primjer primjene svojstava elipse: Prvi umjetni satelit u orbiti Zemlje bio je Sputnik I. Njegova najveća udaljenost od Zemlje bila je 1080 km, a najmanja 245 km. Uz pretpostavku da je središte Zemlje fokus eliptične orbite satelita, odredite numerički ekscentricitet.		
MAT SŠ E.3.2. Odabire strategiju i rješava problem rabeći kombinatoriku.	Prepoznaje i opisuje osnovne principe prebrojavanja, permutacije, kombinacije i varijacije.	Rješava probleme rabeći kombinacije i varijacije bez ponavljanja i permutacije.

	Objašnjava, računa i daje primjer permutacija, kombinacija i varijacija. Ilustrira i rješava problem rabeći kombinatoriku.	
Sadržaj: Kombinatorika. Osnovni princip prebrojavanja. Permutacije, kombinacije i varijacije.		

Četverogodišnje strukovne škole Matematika 4. razred – 160 sati godišnje



Slika 18. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikula u dvanaestoj godini učenja, 160 sati godišnje

Matematika – na kraju 4. razreda četverogodišnje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podaci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.4.1. Analizira skup realnih brojeva.	Razlikuje i opisuje prirodne, cijele, racionalne, iracionalne i realne brojeve. Uočava i obrazlaže potrebu proširenja skupova brojeva. Navodi aksiome polja realnih brojeva. Dokazuje da je korijen iz prostoga broja iracionalni broj. Prošireni sadržaj: Analizira prebrojivost skupova N , Z i Q .	Razlikuje prirodne, cijele, racionalne i iracionalne brojeve te odgovarajuće skupove brojeva. Navodi i obrazlaže svojstva računskih operacija s realnim brojevima.
Sadržaj: Realni brojevi		
MAT SŠ A.4.2. MAT SŠ B.4.1. Dokazuje tvrdnje matematičkom indukcijom.	Razlikuje induktivni i deduktivni način zaključivanja. Matematičke tvrdnje (jednakosti, djeljivost) dokazuje matematičkom indukcijom. Primjenjuje binomnu formulu.	Opisuje postupak i nabraja korake matematičke indukcije te dokazuje jednostavne jednakosti. Primjenjuje binomnu formulu.
Sadržaj: Matematička indukcija. Binomna formula		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:		

Dobra razina: Dokazite $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}, \forall n \in \mathbb{N}.$ Vrlo dobra razina: Dokazite $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{n^2+3n+2} = \frac{n}{2(n+2)}, \forall n \in \mathbb{N}.$ Iznimna razina: Dokazite $3 5^n + 2^{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}_0.$		
MAT SŠ A.4.3. Računa s kompleksnim brojevima.	Uočava potrebu proširenja skupova brojeva ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$) skupom kompleksnih brojeva. Zapisuje kompleksni broj u algebarskome i trigonometrijskome obliku. Zbraja, oduzima, množi, potencira i korjenjuje kompleksne brojeve u odgovarajućem obliku, primjenjujući De Moivreovu formulu.	Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve u algebarskome obliku te prikazuje kompleksni broj u trigonometrijskome obliku.
Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Računske operacije s kompleksnim brojevima. Trigonometrijski oblik kompleksnoga broja. De Moivreova formula.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Formulu za potenciranje kompleksnoga broja u trigonometrijskome obliku treba izvesti matematičkom indukcijom (poveznica s ishodom A.4.2., B.4.1.).		
MAT SŠ A.4.4. MAT SŠ C.4.1. Interpretira računske operacije s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini.	Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini, određuje i prikazuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja. Rješenja jednadžbi i nejednadžbi grafički prikazuje u Gaussovoj ravnini. Interpretira geometrijsko značenje zbroya, razlike, umnoška ili modula razlike dvaju kompleksnih brojeva. Rješenja jednadžbe, primjerice $z^5 = 2$, prikazuje u Gaussovoj ravnini. Prošireni sadržaj: Otkriva fraktale i konstruira Mandelbrotov skup.	Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini. Uočava vezu modula kompleksnoga broja i konjugirano kompleksnoga broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.
Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Gaussova ravnina. Prošireni sadržaj: Fraktali.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima. Povezati pravokutni i polarni koordinatni sustav. Povezati zbrajanje kompleksnih brojeva sa zbrajanjem vektora, a množenje kompleksnih brojeva s rotacijom i homotetijom. U Gaussovoj ravnini prikazivati rješenja jednadžbi i nejednadžbi. Na primjer, $z^5 = 2$, $z + 2 < 3$.		
MAT SŠ B.4.2. Primjenjuje aritmetički i geometrijski niz i red.	Opisuje aritmetički i geometrijski niz i geometrijski red, zapisuje opći član niza, povezuje s aritmetičkom i geometrijskom sredinom. Računa zbroj prvih n članova niza, računa zbroj geometrijskoga reda. Rješava probleme iz svakodnevnoga života primjenom aritmetičkoga i geometrijskoga niza i geometrijskoga reda, osobito složeni kamatni račun.	Razlikuje aritmetički i geometrijski niz te određuje član niza zadanoga rekursivno ili općim članom.
Sadržaj: Aritmetički i geometrijski niz. Opći član i zbroj prvih n članova niza. Geometrijski red. Složeni kamatni račun.		

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Formulu za zbroj (sumu) prvih n prirodnih brojeva dokazati matematičkom indukcijom (poveznica s ishodom A.4.2., B.4.1.).

Formula za zbroj beskonačnoga reda izvodi se primjenjujući limes niza (ishod B.4.3.).

Zbroj beskonačnoga geometrijskog reda treba predstaviti u problemima određivanja zapisa beskonačnoga periodičnog decimalnog broja u obliku razlomka i Zenonovim paradoksom o Ahileju i kornjači, a kasnije primijeniti na geometrijske zadatke.

Primjer 1 (Zenon i kornjača): Kornjača se nalazi 10 stadija (1 stadij $\approx$ 192 metra) ispred Ahileja. Dok Ahilej pretrči 10 stadija, kornjača pretrči jedan stadij. Hoće li Ahilej ikad preći kornjaču?

Primjer 2: Koristeći se zbrojem geometrijskoga reda, broj 2.35353535... zapišite u obliku razlomka.

Primjer 3: Nad visinom jednakostraničnoga trokuta konstruiran je jednakostranični trokut, nad visinom toga novog jednakostraničnog trokuta konstruiran je jednakostranični trokut... Postupak se beskonačno ponavlja. Koliki je zbroj površina svih tako dobivenih trokuta?

U okviru ovoga ishoda obraditi složeni kamatni račun koji je povezan s geometrijskim nizom.

Primjer 4: Ivan je oročio 20 000 kuna.

S koliko će novca Ivan raspolagati nakon deset godina ako je kamatna stopa 6 %?

Nakon koliko će godina Ivan raspolagati dvostruko većom svotom ako je kamatna stopa 6 %?

Kolika bi trebala biti kamatna stopa ako Ivan nakon pet godina želi raspolagati svotom od 32 210 kuna?

MAT SŠ B.4.3. Primjenjuje definiciju i svojstva limesa niza.	Opisuje pojam limesa niza, uočava rast ili pad članova niza i postojanje granice, tj. konvergentnost ili divergentnost. Računa limes niza i primjenjuje na problemskim zadacima, primjerice pri neprekidnome ukamaćivanju.	Opisuje pojam monotonosti i omeđenosti niza te ih povezuje s konvergenzijom niza.
---	---	---

Sadržaj: Monotonost i omeđenost niza. Limes niza.

MAT SŠ B.4.4. Analizira svojstva funkcija.	Nabraja elementarne funkcije i navodi njihova svojstva (domenu, kodomenu, sliku, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost) funkcije, asimptote. Svojstva funkcija objašnjava na grafu funkcije. Određuje svojstva funkcije zadane različitim zapisima.	Određuje svojstva funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafom.
---	--	--

Sadržaj: Svojstva funkcija (domena, kodomena, slika, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost). Graf funkcije.

MAT SŠ B.4.5. Tumači značenje limesa funkcije u točki.	Opisuje i grafom prikazuje funkciju koja je neprekidna odnosno onu koja nije, objašnjava pojam limesa funkcije. Određuje limes funkcije. Povezuje limes funkcije s pojmom asimptote.	Određuje limes jednostavne funkcije te navodi primjere neprekidnih funkcija i onih koje nisu neprekidne.
---	--	--

Sadržaj: Limes funkcije.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.

MAT SŠ B.4.6. Povezuje definiciju derivacije funkcije u točki s problemom tangente i brzine.	Grafički prikazuje i objašnjava problem tangente, označava prirast varijable i prirast funkcije, povezuje s pojmom limesa. Objašnjava vezu derivacije i trenutne brzine (prijelaz iz prosječne u trenutnu).	Prikazuje vezu prirasta varijable i prirasta funkcije s derivacijom funkcije u točki.
---	--	---

	Iskazuje definiciju derivacije funkcije u točki. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	
Sadržaj: Problem tangente i brzine. Definicija derivacije funkcije.		
MAT SŠ B.4.7. Primjenjuje derivaciju funkcije u problemskim zadacima.	Izvodi derivaciju po definiciji, navodi pravila deriviranja zbroja, umnoška i kvocijenta. Određuje derivaciju složene funkcije. Određuje tangentu na graf funkcije. Rješava problemske zadatke koristeći se derivacijom.	Računa derivacije jednostavnih funkcija primjenjujući pravila.
Sadržaj: Derivacija funkcije. Pravila deriviranja. Derivacija složene funkcije. Primjena derivacija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Primjer zadatka: Voda istječe iz bazena. Volumen vode nakon t minuta iznosi $v = 200(50 - t)^2 \text{ m}^3$. Odredite: a) prosječnu brzinu istjecanja vode u prvih 5 minuta b) trenutnu brzinu istjecanja vode u $t = 5$ minuta.		
MAT SŠ B.4.8. Povezuje derivaciju funkcije i crtanje grafa funkcije.	Određuje domenu, nultočke, stacionarne točke, intervale pada i rasta funkcije, konveksnost/konkavnost, ekstreme, asimptote. Određuje tijek funkcije i crta graf.	Skicira graf funkcije temeljem svojstava određenih s pomoću derivacije funkcije.
Sadržaj: Svojstva funkcije (domena, kodomena, nultočke, pad/rast, ekstremi, zakrivljenost). Asimptote. Tijek funkcije. Primjena derivacije funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Istraživanjem veze predznaka derivacije i rasta/pada funkcije s pomoću programa dinamične geometrije uočiti kada će u stacionarnoj točki funkcija imati lokalni ekstrem.		
MAT SŠ B.4.9. Računa neodređeni integral.	Računa neodređeni integral rabeći osnovna svojstva i tablicu neodređenih integrala. Primjenjuje metodu supstitucije u računanju integrala.	Računa neodređeni integral u jednostavnim situacijama.
Sadržaj: Neodređeni integral. Metode supstitucije		
MAT SŠ B.4.10. Primjenjuje integral u problemskim zadacima.	Računa određeni integral rabeći Newton-Leibnizovu formulu. Određuje površinu ispod grafa funkcije i obujam rotacijskoga tijela s pomoću integrala. Primjenjuje integrale u rješavanju problema iz matematike i fizike.	Računa određeni integral za određivanje površine u složenim situacijama.
Sadržaj: Određeni integral. Newton-Leibnizova formula. Primjena integrala za određivanje površine ispod grafa funkcije i obujma rotacijskoga tijela. Primjena integrala u rješavanju problema iz matematike i fizike.		
MAT SŠ E.4.1. Argumentirano računa vjerojatnost.	Povezuje i prikazuje presjek, uniju i suprotni događaj s pomoću skupova i operacija te s pomoću Vennovih dijagrama. Crta vjerojatnosno stablo.	Računa vjerojatnost jednostavnih događaja prikazanih s pomoću skupovnih operacija i vjerojatnosnoga stabla. Računa vjerojatnost simultanih događaja.

	Opisuje i računa vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju (simultani i uzastopni). Razlikuje zavisne i nezavisne događaje. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	
Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost događaja. Vjerojatnosno stablo. Vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju. Zavisni i nezavisni događaji. Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Provoditi jednostavne pokuse, primjerice bacanje kocke ili novčića. Uniju, presjek, razliku i komplement događaja ilustrirati Vennovim dijagramom. Povezati De Morganove zakone s predmetom logika. Računati uvjetne vjerojatnosti i vjerojatnost umnoška događaja. Koristiti se vjerojatnosnim stablom. Primjer zadatka: U vrećici je 8 bijelih i 6 crvenih kuglica. Izvlačimo jednu kuglicu, vratimo je i izvlačimo drugu. Shematski prikaz rješavanja ovoga zadatka nalazi se u prilogu.		
MAT SŠ E.4.2. Interpretira formulu potpune vjerojatnosti i Bayesovu formulu.	Računa uvjetnu vjerojatnost. Crta vjerojatnosno stablo, određuje hipoteze, primjenjuje formulu potpune vjerojatnosti i Bayesovu formulu. Korelacija s Kemijom i strukovnim predmetima.	Računa uvjetnu vjerojatnost i određuje vjerojatnosni prostor.
Sadržaj: Uvjetna vjerojatnost. Formula potpune vjerojatnosti i Bayesova formula.		

E. POVEZANOST S DRUGIM PREDMETIMA I MEĐUPREDMETNIM TEMAMA

Planiranjem i povezivanjem matematike s drugim područjima kurikulumu, međupredmetnim temama i sadržajima ostalih predmeta te njihovom cjelovitom primjenom u profesionalnoj i privatnoj sferi života učenje i poučavanje matematike u potpunosti zaokružuje svoju svrhu.

Matematika se uči i poučava na primjerima i problemima koji se javljaju u svijetu koji nas okružuje te u drugim znanostima, baš kao što se i većina matematičkih koncepata izgradila s potrebom rješavanja životnih problema. Koristeći se dostignućima tehnologije, matematika osigurava alate za opisivanje i analizu ideja u svim područjima ljudskih djelatnosti. Upravo je ta njezina sveobuhvatnost pokretačka snaga mnogih učenikovih aktivnosti pri učenju i primjeni matematike.

Primjenom matematičkih i jezično-komunikacijskih vještina učenici jasno i kreativno izražavaju svoje ideje, razvijaju komunikacijske vještine prilagođene različitim situacijama, ali i medijsku pismenost.

U prirodoslovnome području, istražujući različite pojave i procese te provodeći eksperimente, učenici izvode formule i mjerenja pri čemu rabe matematičko rasuđivanje, komuniciraju matematičkim jezikom te primjenjuju matematičko argumentiranje i dokazivanje. Sve to povezuju i prikazuju u tehničko-informatičkome području provodeći različite izračune i obrade podataka.

Pri proučavanju raznih društvenih, geografskih i povijesnih pojava, procesa i struktura, učenici komuniciraju koristeći se različitim prikazima, provode istraživanja i analize, tumače statističke i druge podatke iz raznih izvora što pridonosi njihovoj kritičkomu razmišljanju te mišljenju, razumijevanju i predviđanju društvenih promjena.

Razvijanjem prostornoga mišljenja i vizualizacije učenici razumijevaju svijet i prostor u kojemu žive, što pridonosi njihovoj koordinaciji te umjetničkomu izražavanju.

Provedbom različitih projekata o zdravlju, sportu, okolišu, poduzetništvu i drugim temama, učenici primjenjuju matematička znanja, vještine i sposobnosti. To pridonosi razvoju njihovih socijalnih vještina, kulture i osobnosti te otkrivanju njihove uloge u razredu, skupini, društvu. Na taj se način matematika prožima sa stvarnim životom, potiču se znatiželja i pozitivan stav prema učenju i dubljemu povezivanju obrazovnih spoznaja i prirode svijeta.

Snažna i neraskidiva veza matematike s drugim područjima, međupredmetnim temama i predmetima kurikulumu pridonosi izgradnji temeljnih kompetencija samosvjesne osobe koja će primjenjivati matematička znanja i vještine u različitim domenama svojega života. Na taj će način svaka osoba posjedovati čitalačku, matematičku, medijsku, prirodoslovnu, digitalnu i financijsku pismenost kao važne segmente za snalaženje u suvremenome svijetu.

F. UČENJE I POUČAVANJE PREDMETA

Učenje matematike učenicima pruža znanja i kompetencije potrebne za život, nastavak obrazovanja te cjeloživotno učenje. Uz matematičke koncepte koje učenik upoznaje i razvija, on razvija i matematičke procese kao što su rješavanje problema, samostalno zaključivanje, logičko mišljenje, argumentiranje, komuniciranje matematičkim jezikom, uporabu različitih prikaza, povezivanje matematike s osobnim iskustvima te učinkovitu primjenu tehnologije.

Zahtjevi suvremenoga života ističu rješavanje problema kao važnu vještinu koju učenjem i poučavanjem matematike treba razvijati. Ne znamo što nas u budućnosti očekuje, ali oni koji imaju razvijenu kompetenciju rješavanja problema, imat će puno više prilika za uspjeh. Težište suvremene nastave pomiče se s rješavanja zadataka u kojima se traži primjena već utvrđenoga postupka na razvoj vještina i sposobnost njihove primjene u nepoznatim situacijama. U procesu rješavanja učenici modeliraju problemsku situaciju, a način modeliranja mijenja se i prilagođava njihovim razvojnim mogućnostima. Mlađi učenici modeliraju koristeći se konkretnim materijalima, crtežima ili dijagramima, dok modeliranje u kasnijim godinama učenja obično podrazumijeva uporabu apstraktnijih matematičkih formi i zapisa. Poželjno je odabirati i zadatke otvorenoga tipa u kojima je naglasak na procesu rješavanja problema i raspravi, koji od učenika traže predviđanje, promišljanje, zaključivanje, kreativnost i samostalnost, a jedno ili više rješenja moguće je dobiti koristeći se različitim ispravnim strategijama. Tako razvijenu vještinu pristupanju i rješavanju problema učenici mogu u budućnosti primijeniti i izvan školskih okvira, u svojem privatnom i profesionalnom okružju.

Većina matematičkih konceptata koncepti su visoke razine apstrakcije i nije ih moguće učiti bez dubokoga razumijevanja i bez uključivanja procesa logičkoga mišljenja. Nastava matematike snažno potiče i razvija mišljenje učenika te od njih stalno traži promišljanje, zaključivanje i generaliziranje.

Matematička komunikacija razvija se u situacijama u kojima se učenici verbalno izražavaju, posebno tijekom razrednih rasprava. Učenici slušaju jedni druge, izražavaju se matematičkim jezikom, postavljaju pitanja, usmjeravaju se na bitne stvari i nude argumente te time razvijaju vještinu komuniciranja koja omogućuje razumijevanje, razmjenjivanje ideja, strategija i rješenja. Važno je od učenika zahtijevati obrazložene odgovore na pitanja kao što su: Zašto?, Je li to uvijek tako?, Može li drukčije? ili Što se događa kada...? Razumijevanje matematičkoga jezika usko je povezano s ispravnim tumačenjem matematičkih simbola i točnim čitanjem algoritama.

Različitost i raznovrsnost prikaza važne su komponente izgradnje matematičkih konceptata, ali i put od konkretnih i neformalnih situacija prema formalnoj i apstraktnoj matematici. Prikazivanjem matematičkih problema na različite načine učitelji dobivaju uvid u način razmišljanja svojih učenika. Matematički prikazi primjenjuju se i u drugim predmetima, drugim znanostima, u medijima i različitim situacijama u svakodnevnome životu. Upravo je zato važno poučavanjem matematike upoznati učenike s različitim prikazima, s načinima njihova čitanja i zapisivanja te s mogućnošću prelaska s jednoga oblika prikazivanja na drugi.

Kako bismo izgradili čvrstu i stabilnu mrežu matematičkih konceptata, sve problemske situacije i njihove raznovrsne prikaze valja međusobno povezati. Povezivanje podrazumijeva uspostavljanje veza među različitim matematičkim konceptima, između matematike i drugih područja učenja, kao i povezivanje matematike i svakodnevnoga života. Najvažnije veze za rani razvoj matematike, veze su između intuitivne, neformalne matematike koje su učenici stekli u svakodnevnome životu i matematike koju uče u školi. Informacijsko-komunikacijska tehnologija, kao sredstvo učenja i poučavanja, daje neslućene perspektive matematičkomu obrazovanju učenika. Pritom učitelj ne mora nužno biti informatički stručnjak, dovoljna je

i prosječna računalna pismenost. Proces stjecanja matematičkih znanja primjenom računala, osim percepcije i procesa stečenih promatranjem, uključuje i vrlo intenzivne intelektualne aktivnosti (apstraktno mišljenje), o čemu treba voditi računa ako želimo da primjena računala u učenju i poučavanju matematike bude uspješna. Pri planiranju učeničke uporabe računala u nastavnome procesu bitno je uvažiti individualne matematičke i opće intelektualne sposobnosti te socijalni status učenika.

Kako bi se razvili svi koncepti i procesi, nužno je mijenjati i osuvremeniti načine učenja i poučavanja matematike te učenicima pružiti raznolika i bogata iskustva učenja. Odabirom temeljnih i reprezentativnih matematičkih sadržaja, uz mogućnost izbornosti određenih koncepata, učenici mogu usvojiti znanja i kompetencije prilagođene njihovim potrebama, iskustvima, interesima i mogućnostima. Posebice se važnim smatra sposobnost primjene naučenoga u različitim problemskim situacijama te znanje o reguliranju vlastitoga učenja. Uz razvoj matematičkih koncepata i procesa, važno je učenjem i poučavanjem matematike razviti vještinu računanja koja je nužna za svakodnevni život. Redovito uvježbavanje mentalnoga računanja, određivanje jednostavnoga postotka ili približnoga rezultata osigurava učenicima spretnost računanja napamet te primjene vještine računanja i procjenjivanja u životnim situacijama.

Učenik mora biti u samome središtu odgojno-obrazovnoga procesa, a ujedno i aktivno sudjelovati u procesu učenja matematike. Uvažavanjem individualnih razlika učenika omogućuje se poučavanje matematike u kojemu će svatko imati priliku napredovati i postići svoj osobni maksimum. Kako bi se takav napredak osigurao, važno je osvijestiti utjecaj emocija i stavova na rezultate učenja matematike. Pozitivne emocije i stavovi podupiru razvoj samopoštovanja i pozitivne slike o sebi, a oni su opet ključni za motivaciju i trud koje će učenici uložiti u učenje. Upravo je zato važno da učenje i poučavanje matematike učenicima bude izazovno, zabavno, poticajno, prilagođeno i ugodno. Proces učenja prati kvalitetan način vrednovanja s jasnim kriterijima vrednovanja prilagođenim učeniku, a redovita i razumljiva povratna informacija o radu i rezultatima usmjerena je napredovanju učenika.

Za učenike s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (učenici s teškoćama i daroviti učenici) učitelji planiraju kurikulum usmjeren na učenika. Osobitosti/teškoće učenika zahtijevaju njima sukladne individualizirane/diferencirane postupke, ciljeve učenja, razinu ostvarenosti odgojno-obrazovnoga ishoda, opseg i dubinu sadržaja učenja, strategije i aktivnosti poučavanja kojima se žele ostvariti postavljeni ciljevi te načini vrednovanja i ocjenjivanja ostvarenih postignuća.

Uspješno učenje događa se u socijalnoj interakciji, pa je u učenju i poučavanju nužno primijeniti one nastavne strategije i oblike rada koji takvu interakciju promiču. To su prije svega suradničko učenje, timski rad, rasprava, projektna i terenska nastava i igra kao nastavne strategije te rad u skupinama i rad u paru kao oblici rada.

Iako je učenik u središtu učenja i poučavanja, učitelj matematike ima u tome procesu ključnu ulogu. Ta se uloga očituje u stvaranju okružja koje najbolje odgovara učeničkim potrebama i razvija njihove kompetencije. Uspješan učitelj razumije utjecaj koji njegovo poučavanje ima na učenička postignuća, očekuje napredak od svih svojih učenika te raspolaže profesionalnim znanjima i vještinama kojima će individualizirati učenje i poučavanje i poduprijeti učenje svakoga učenika. Učenicima iznosi jasne ciljeve i svrhu svih aktivnosti u predmetu Matematika, daje jasne povratne informacije o njihovu napredovanju te kriterijima vrednovanja. Slobodno odabire i primjenjuje raznovrsne pristupe i strategije poučavanja kojima sve učenike uključuje u učenje i rad, potiče njihovu motivaciju i interes za matematiku te podržava i ohrabruje uloženi trud. Posebno se ističu istraživačko učenje, učenje usmjereno na rješavanje problema, suradničko učenje i projektna nastava. Učitelj stvara okružja u kojemu se učenici osjećaju slobodno i obvezno slušati jedni druge, u kojemu je njihov doprinos neizostavan i važan, u kojemu slobodno postavljaju pitanja, traže podršku u učenju, primjenjuju naučeno u različitim situacijama, kritički preispituju proces učenja i poučavanja te razvijaju samostalnost i odgovornost.

U organizaciji procesa učenja i poučavanja učitelj odabire i prilagođava širinu i dubinu sadržaja ishoda, osmišljava probleme, metode i strategije kako bi ih na najbolji način prilagodio potrebama, mogućnostima i interesima svojih učenika. Učitelj i učenici imaju autonomiju u odabiru onih materijala i tehnologija koje će učenje matematike učiniti izazovnim, raznolikim i poticajnim te omogućiti ostvarenje predviđenih ishoda učenja. Bitno je naglasiti da u suvremenoj nastavi matematike udžbenik nudi sadržaje kojima se ostvaruju propisani ishodi za sve razine znanja, ali ne ograničava planiranje procesa učenja i poučavanja i način njegove izvedbe. Učitelj je slobodan samostalno odrediti način i redoslijed ostvarivanja ishoda te dodatnu literaturu i izvore informacija kojima se koriste i učenici. Učitelj je odgovoran inovativnim pristupom, istraživanjem novih izvora znanja i primjerenom primjenom novih tehnologija učenje i poučavanje učiniti cjelovitim.

Učitelj postavlja visoka i primjerena očekivanja pred svoje učenike, a ta primjerena očekivanja potiču učenike da u učenje ulažu trud, razvijaju osjećaj kompetentnosti, odgovornosti i sustavnosti te u punoj mjeri ostvaruju vlastite potencijale.

U planiranju učenja i poučavanja matematike učitelj će vrijeme potrebno za poučavanje određenoga koncepta ili za razvijanje određenih vještina prilagoditi učenicima. Tijekom nastavne godine ostvarit će se svi ishodi učenja planirani za određeni razred, ali razina usvojenosti (ostvarenosti) ovisit će o mogućnostima učenika. Učitelj autonomno odabire sadržaje kojima će poticati ostvarivanje ishoda te, procjenjujući mogućnosti svojih učenika, određuje potrebno vrijeme kako bi se određeni koncepti usvojili s razumijevanjem. Suvremeni pristup nastavi u kojemu dominira istraživački pristup, u kojemu se matematika otkriva u rješavanju problemskih situacija, traži dodatno vrijeme, ali i drukčiji pristup učenju i poučavanju. Težište je na odabiru manjega broja problemskih zadataka u kojima učenici mogu samostalno istraživati, zaključivati i stvarati strategije njihova rješavanja, a ne na količini riješenih zadataka. Upravo stoga suvremena nastava traži više vremena kako bi učenicima omogućila kreativnost i samostalnost u pristupu i zaključivanju.

Cjelokupna zajednica, učitelj, učenik i roditelji moraju biti svjesni važnosti pristupa matematici koji i od učitelja i od učenika zahtijevaju veliku odgovornost, angažman i trud. Svrhovito i promišljeno poučavanje potiče učenika na otkrivanje i razumijevanje matematike, čime se razvija njegovo samopouzdanje i samosvjesnost o vlastitim potencijalima. Logičko, kritičko i proceduralno mišljenje, razvijeno učenjem i poučavanjem matematike, postat će alat kojim će se služiti u svim aspektima života i rada za svoju korist i zadovoljstvo, svoje obitelji, ali i cijele zajednice.

G. VREDNOVANJE OSTVARENOSTI ODGOJNO-OBRAZOVNIH ISHODA

U nastavnome predmetu Matematika vrednovanje je sastavni dio procesa učenja i poučavanja koje daje obavijest o razini usvojenosti matematičkih znanja, razvijenosti matematičkih vještina i potiče izgradnju pozitivnoga stava učenika prema učenju matematike. Učenike prije poučavanja na razumljiv način valja upoznati s očekivanim ishodima i kriterijima vrednovanja koji ukazuju na njihovu usvojenost. Što i kako se vrednuje, potrebno je unaprijed planirati i najaviti.

Suvremenim pristupom vrednovanje treba biti instrument unaprjeđenja napretka učenika, ali i poučavanja učitelja i cijeloga odgojno-obrazovnoga sustava. Na taj način ono zahtijeva odgovornost svih sudionika procesa.

Elementi vrednovanja u nastavnome predmetu Matematika jesu:

1. Usvojenost znanja i vještina:

opisuje matematičke pojmove

odabire odgovarajuće i matematički ispravne procedure te ih provodi

provjerava ispravnost matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost rezultata

upotrebljava i povezuje matematičke koncepte.

2. Matematička komunikacija:

koristi se odgovarajućim matematičkim jezikom (standardni matematički simboli, zapisi i terminologija) pri usmenome i pisanome izražavanju

koristi se odgovarajućim matematičkim prikazima za predstavljanje podataka

prelazi između različitih matematičkih prikaza

svoje razmišljanje iznosi cjelovitim, suvislim i sažetim matematičkim rečenicama

postavlja pitanja i odgovara na pitanja koja nadilaze opseg izvorno postavljenoga pitanja

organizira informacije u logičku strukturu

primjereno se koristi tehnologijom.

3. Rješavanje problema:

prepoznaje relevantne elemente problema i naslućuje metode rješavanja

uspješno primjenjuje odabranu matematičku metodu pri rješavanju problema

modelira matematičkim zakonitostima problemske situacije uz raspravu

ispravno rješava probleme u različitim kontekstima

provjerava ispravnost matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost rješenja problema

generalizira rješenje.

Elementi su odraz ciljeva predmeta i vrednuju se u postotcima, do 5. razreda u omjeru 40 : 30 : 30, a u narednim razredima u omjeru 30 : 30 : 40.

Vrednovanje za učenje i vrednovanje kao učenje provodi se prikupljanjem podataka o učenikovu radu i postignućima (ciljana pitanja, rad u skupini, domaće zadaće, kratke pisane provjere, prezentacije...) i kritičkim osvrtom učenika i učitelja na proces učenja i poučavanja. Učenika se skupnim raspravama na satu i individualnim konzultacijama potiče na samovrednovanje postignuća i planiranje učenja. Ti oblici vrednovanja iskazuju se opisno i služe kao jasna povratna informacija učeniku i roditelju o razini usvojenosti ishoda u odnosu na očekivanja. Učitelji imaju autonomiju i odgovornost izabrati najprikladnije metode i tehnike vrednovanja unutar pojedinih pristupa vrednovanju.

Vrednovanje za učenje

Vrednovanje za učenje odvija se tijekom učenja i poučavanja. Odnosi se na proces prikupljanja informacija i dokaza o procesu učenja te na interpretacije tih informacija i dokaza kako bi učenici unaprijedili proces učenja, a učitelji poučavanje. Vrednovanjem za učenje primjenom različitih metoda učenici se pruža mogućnost da tijekom procesa učenja steknu uvid u to kako mogu unaprijediti svoje učenje da bi ostvarili ciljeve učenja, čime se naglasak stavlja na sam proces učenja. Vrednovanje za učenje u pravilu ne rezultira ocjenom, nego kvalitativnom povratnom informacijom i razmjenom iskustava o procesima učenja i usvojenosti znanja i vještina u odnosu na postavljena očekivanja. Povratna je informacija središnji dio vrednovanja za učenje jer učeniku omogućuje preuzimanje kontrole nad vlastitim učenjem. Vrednovanje za učenje uvijek je usmjereno na napredak učenika pa se trenutačna postignuća svakoga učenika uspoređuju s njegovim prethodnim postignućima fokusirajući se na napredovanje koje je učenik ostvario u odnosu na postavljene odgojno-obrazovne ishode (kriterijsko vrednovanje).

Učiteljima vrednovanje za učenje pomaže u:

prikupljanju informacija o početnim znanjima i iskustvima učenika, eventualnim miskoncepcijama, stilovima učenja učenika, o razinama usvojenosti znanja, motivaciji za učenje i drugo

postavljanju ciljeva i planiranju poučavanja u skladu s potrebama učenika

dobivanju uvida u učinkovitost vlastita rada, učinkovitijem planiranju i kontinuiranom unaprjeđenju procesa poučavanja.

Učenicima vrednovanje za učenje pomaže da:

postanu svjesni koliko učinkovito uče te uvide kako trebaju učiti

unapređuju kompetenciju učiti kako učiti postavljanjem svojih ciljeva učenja i razvijanjem vještina

imaju bolja postignuća jer primaju česte povratne informacije koliko napreduju i koliko učinkovito uče razvijaju motivaciju za učenje, samopouzdanje i pozitivnu sliku o sebi.

Vrednovanje kao učenje

Vrednovanje kao učenje temelji se na ideji da učenici vrednovanjem uče. Ono podrazumijeva aktivno uključivanje učenika u proces vrednovanja uz podršku učitelja kako bi se maksimalno poticao razvoj učenikova samostalnog i samoregularnog pristupa učenju. Kad se učenici i sami uključe u proces vrednovanja, on će im vjerojatno biti manje stresan i rizičan. Vrednovanje kao učenje jest oblik partnerstva učenika i učitelja u kojemu je učenik aktivan i odgovoran nositelj vlastitoga učenja i vrednovanja, a učitelj stvara uvjete za učenje i prema potrebi ga usmjerava. Učitelj pomaže učeniku razumjeti kriterije za samovrednovanje, vodi proces samorefleksije i pomaže pri donošenju odluke kako unaprijediti učenje. S obzirom na svrhu ove vrste vrednovanja, povratnu informaciju kod vrednovanja kao učenja daju učenik, drugi učenici, a u manjoj mjeri i učitelj.

Učiteljima vrednovanje kao učenje pomaže u:

podjeli odgovornosti za učenje između učitelja i učenika

dobivanju uvida u učenikovo razmišljanje pri analizi i vrednovanju procesa učenja

kreiranju učinkovitijega poučavanja jer učenici postaju samostalniji i motiviraniji.

Učenicima vrednovanje kao učenje pomaže da:

shvate da je vrednovanje alat za vlastito praćenje učenja i za stjecanje razumijevanje na kojoj se razini učenja nalaze

usklađuju vlastite procjene s procjenama drugih

razvijaju vještinu upravljanja svojim učenjem, postavljanja vlastitih ciljeva i razvijanja vještine samovrednovanja i vršnjačkoga vrednovanja potrebnih za postizanje tih ciljeva

razvijaju osjećaj odgovornosti i samopouzdanja istodobno razvijajući kritičko razmišljanje, analizu i na kraju vrednovanje.

Vrednovanje naučenoga rezultira brojčanom ocjenom, a usvojenost se ishoda provjerava usmenim ispitivanjem, pismenim provjerama i matematičkim/interdisciplinarnim projektima. U jednoj provjeri moguće je ocijeniti više elemenata vrednovanja.

U predmetu Matematika postignuća učenika vrednuju se brojčanom ocjenom (nedovoljan – 1, dovoljan – 2, dobar – 3, vrlo dobar – 4, odličan – 5).

Zaključna ocjena iz Matematike mora se temeljiti na usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. U tu svrhu nužno je ostvarenost ishoda provjeravati na što više različitih načina i u što više vremenskih točaka. Zaključna ocjena mora biti utemeljena na vjerodostojnim, valjanim i dokazivim informacijama o učenikovu učenju i napretku, o onome što je naučio i kako se razvio. Dobro ju je temeljiti na što više različitih informacija (o postignuću na većemu broju provjera, o rezultatima sudjelovanja u projektima, o kvaliteti učenikovih prezentacija, o njegovu sudjelovanju u radu u skupini s drugim učenicima i sl.). Na taj će način ocjena biti utemeljena na mnogim relevantnim podacima (dobivenima različitim metodama vrednovanja u okviru pristupa vrednovanja naučenoga, ali i vrednovanja za učenje i kao učenje).

Izvješćivanje koje se odvija tijekom svakoga odgojno-obrazovnog razdoblja temelji se na informacijama dobivenima putem svih pristupa vrednovanja učeničkih postignuća: vrednovanjem za učenje, vrednovanjem kao učenje i vrednovanjem naučenoga. Pritom upotrebljavaju različiti načini izvješćivanja, od kojih su neki formalniji (npr. svjedodžba na kraju nastavne godine, slanje pisanoga izvješća i ocijenjenoga uratka na uvid roditeljima i dr.), a neki manje formalni (npr. razgovor s učenikom i roditeljima o postignućima te sljedećim ciljevima učenja i strategijama učenja). Izvješćivanje tijekom odgojno-obrazovnih razdoblja ima ponajprije dijagnostičku i formativnu ulogu. Na temelju informacija koje je prikupljao o učeniku tijekom odgojno-obrazovnoga rada, učitelj pri izvješćivanju odgovara na sljedeća pitanja:

koje je odgojno-obrazovne ishode učenik već savladao i na kojoj razini te u kojim se odgojno-obrazovnim postignućima ističe

u kojim je specifičnim područjima potrebno poboljšanje.

Izvješćivanje o postignućima i napredovanju učenika može se provoditi na različite načine, u skladu s potrebama učenika i obitelji te specifičnostima škole.